

Diagramme erarbeiten

Säulen- und Balkendiagramme aus einer Spielsituation entwickeln

Jürgen Roth [Diagramme sind wesentliche Werkzeuge der Mathematik zum Erfassen, Verarbeiten und Interpretieren von Daten, die im Alltag ständig vorkommen](#) (Zeitung, Internet, Fernsehnachrichten, ...). Aus der einfachen Frage nach dem Gewinner eines Memory-Spiels wird hier durch schrittweise Abstraktion ein Säulen- bzw. ein Balkendiagramm entwickelt. Durch den direkten Bezug zur vertrauten Spielsituation erfassen die Schülerinnen und Schüler wesentliche Merkmale der entsprechenden Diagrammart.

Grundvorstellungen zu Diagrammen entwickeln

Diagramme sind grafische Darstellungen von Daten bzw. Sachverhalten. Sie begegnen uns täglich in der Zeitung, im Internet und in Fernsehnachrichten. Offensichtlich wird erwartet, dass man sie lesen und interpretieren kann. Eine Voraussetzung dafür ist, dass Schülerinnen und Schülern möglichst frühzeitig durchschauen, welchem Zweck Diagramme dienen und was sie leisten können. Um dies zu erreichen ist die Entwicklung von tragfähigen Grundvorstellungen zu Diagrammen und ihren Eigenschaften notwendig. Eine Möglichkeit solche Grundvorstellungen zu entwickeln besteht darin, zunächst nicht mit vorhandenen Diagrammen zu arbeiten und diese zu interpretieren, sondern Diagramme aus alltäglichen Situationen selbst zu erarbeiten. Hier wird ein Ansatz dargestellt, bei dem aus einer Spielsituation, nämlich der Ermittlung der Gewinner beim Memory-Spiel, nach und nach durch schrittweise Abstraktion ein Balken- oder ein Säulendiagramm entwickelt wird. Dabei entscheiden die Schülerinnen und Schüler durch ihren individuellen Zugang zum Prozess der Ermittlung der Gewinner, welche der beiden Diagrammartentypen zunächst entsteht. Da in einer Klasse in der Regel verschiedene

Zugänge auftreten, kann so auch die Beziehung zwischen den beiden Diagrammartentypen erarbeitet werden.

Gewinner beim Memory ermitteln

Spielsituation

Die Schülerinnen und Schüler werden jeweils zu viert in Tischgruppen eingeteilt und erhalten folgenden Arbeitsauftrag:

Spielt eine Runde Memory und stellt fest wer gewonnen hat, wer zweiter, dritter und vierter ist, *ohne* die gewonnenen Memory-Teile zu zählen.

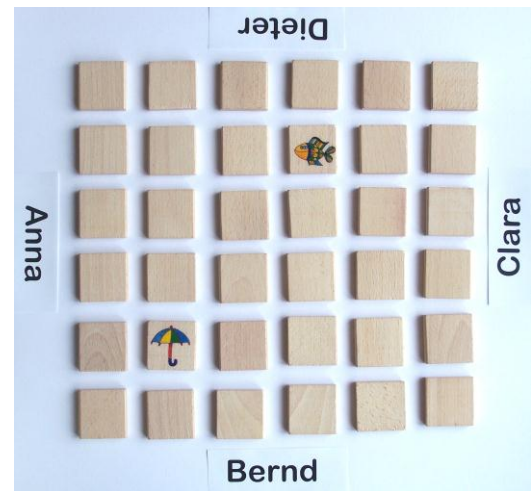


Abb. 1: Memory-Spiel

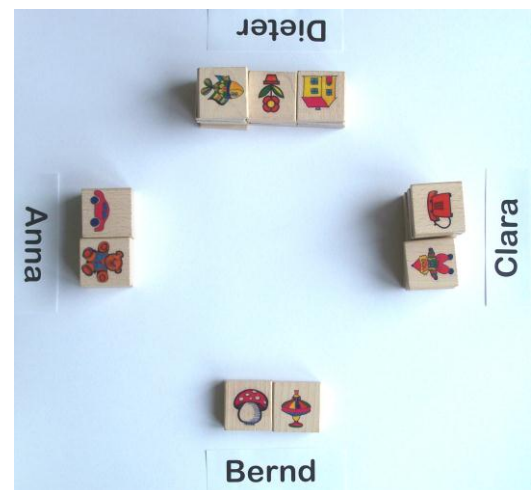


Abb. 2: Ergebnisstapel

Für die Zwecke dieser Unterrichtseinheit eignen sich handelsübliche Memorys aus Holz besonders gut, weil auch die Höhe der einzelnen Memory-Teile deutlich erkennbar ist. Die Abbildungen dieses Artikels basieren auf einem solchen Memory. Die Unterrichtseinheit lässt sich aber auch mit anderen Memorys aus dickerer Pappe durchführen. Für die Umsetzung im Unterricht

reicht es, wenn aus jeder Vierergruppe ein Kind ein Memory-Spiel von Zuhause mitbringt. Für die Erarbeitungsphasen im Plenum sollte man wegen der besseren Sichtbarkeit insbesondere für die Säulendiagramme mit einem Memory aus Holz arbeiten (vgl. Abb. 1).

Dieser Arbeitsauftrag führt dazu, dass zunächst alle Gruppen Memory spielen. Hier geht es bekanntlich darum sich Positionen von Motiven zu merken und gleichartige Paare zu finden. Nach und nach werden alle Spieler Paare von Spielplättchen mit gleichen Motiven finden und zu sich legen. Dies ergibt häufig (vgl. Abb. 2) mehrere Stapel aus Spielplättchen.

Lösungsstrategie

Um am Ende des Spiels möglichst auf einen Blick und ohne zu zählen den Gewinner bzw. die Gewinnerin zu ermitteln, diskutieren die Schülerinnen und Schüler miteinander und entwickeln erfahrungsgemäß relativ schnell eine Strategie zum direkten Vergleich ihrer Spielplättchenstapel. In der Regel werden entweder Türme aus Spielplättchen gebildet und nebeneinander gestellt (vgl. Abb. 3) oder die Plättchen werden nebeneinander in Reihen gelegt und so verglichen (vgl. Abb. 4)



Abb. 3: Türme aus Plättchen



Abb. 4: Plättchen in Reihen

Erste Erkenntnisse

Bereits hier wird deutlich, dass es zum Vergleichen der Stapel bzw. Reihen notwendig ist, diese an einer gemeinsamen Startlinie (Geradenstück) beginnen zu lassen. Für die Türme

aus Plättchen ist dies die Tischfläche. Hier wird die Notwendigkeit der gemeinsamen Startlinie noch nicht deutlich. Werden die Plättchen allerdings in Reihen gelegt, dann versuchen die Schülerinnen und Schüler von selbst eine gemeinsame Startlinie zu realisieren. Zusätzlich wird schnell klar, dass die Reihenfolge der Stapel bzw. Reihen keinen Einfluss auf die Aussage der Darstellung hat.

Über diese einfachen Tätigkeiten erfassen die Schülerinnen und Schüler also bereits wesentliche *Eigenschaften von Säulen- bzw. Balkendiagrammen*.

- *Es werden Häufigkeiten miteinander verglichen (Im einfachen Fall handelt es sich wie hier um absolute Häufigkeiten, später werden auch relative Häufigkeiten aufgetragen.).*
- *Zum Vergleich ist eine gemeinsame Startlinie (Geradenstück) erforderlich.*
- *Die Reihenfolge der einzelnen Klassen (hier die Namen der Spielerinnen und Spieler) kann beliebig vertauscht werden ohne die Aussage der Darstellung zu verändern.*

Darstellungsform flexibel entwickeln

Auf dieser Grunderfahrung aufbauend kann nun im Plenum gemeinsam ein Diagrammtyp entwickelt werden. Dazu wird den Schülerinnen und Schülern ein vorbereiteter Satz an „Spielplättchenhaufen“ eines Holz-Memorys als Ergebnis einer Spielrunde präsentiert. Die Schülerinnen und Schüler schlagen Methoden zur Ermittlung der Gewinner vor. Je nach der Art der Schülervorschläge sollte flexibel entweder ein Säulen- oder ein Balkendiagramm erarbeitet werden. Wenn die Schüler etwa vorschlugen die Holzplättchen für jeden Spieler zu einem Turm aufeinanderzustapeln und die Turmhöhen zu vergleichen, dann ergibt sich daraus, dass ein Säulendiagramm erarbeitet wird (vgl. Abb. 3). Schlagen die Schüler eine Anordnung wie in Abb. 4 vor, dann sollte man auf ein Balkendiagramm abzielen. Unabhängig vom ersten Zugang ermöglichen die in der Regel verschiedenen Zugangsweisen der Kinder eine Gegenüberstellung von Balken und Säulendiagramm anhand derselben Situation. Diese Chance sollte unbedingt genutzt werden um die verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten zum selben Inhalt zu thematisieren. Es ist eine wesentliche Erkenntnis, dass ein mathematischer Inhalt auf unterschiedliche Weise dargestellt werden kann.

Struktur des Säulendiagramms erarbeiten

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Schüler vorschlagen die Holzplättchen für jeden Spieler zu einem Turm aufeinanderzustapeln und die Turmhöhen zu vergleichen. Diese Situation (vgl. Abb. 4) wird von zwei Schülern hergestellt. Um noch die Gewinner zuordnen zu können, werden die Stapel jeweils mit dem Namen des Spielers beschriftet. Gemeinsam wird nun erarbeitet, wer gewonnen hat und woran man das erkennt. Schnell wird deutlich, dass bei gleicher Dicke der Holzplättchen (diese ist bei jedem Memory-Spiel gegeben) nur die Höhe der Stapel entscheidend ist. Man kann die Plättchenstapel also auch mit geeigneten Kartonstreifen abdecken (mit doppelseitigen Fotoklebern befestigen), deren Länge der Höhe der Plättchenstapel entspricht (vgl. Abb. 5) und trotzdem auf einen Blick den Sieger und die Platzierungen erfassen. Dies liegt daran, dass alle Stapel auf der ebenen Tischfläche stehen, also eine gemeinsame Startlinie haben.

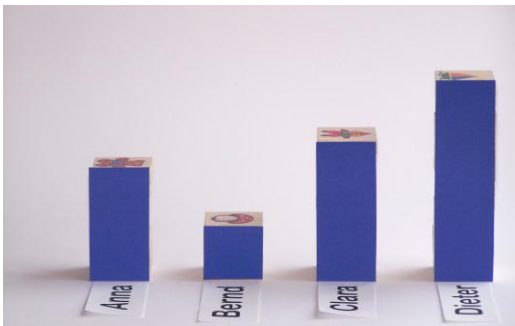


Abb. 5: Spielplättchenstapel mit Abdeckkartons

Der Nachteil einer solchen Darstellung wird allerdings auch deutlich: Es ist nun nicht mehr möglich die Anzahl der erspielten Holzplättchen zu erkennen. Will man das erreichen, braucht man eine Skala am Rand, mit deren Hilfe die Anzahl der Plättchen in einem Stapel direkt abgelesen werden kann. Hier empfiehlt es sich im Unterricht eine entsprechende Skala bereits vorbereitet dabeizuhaben.

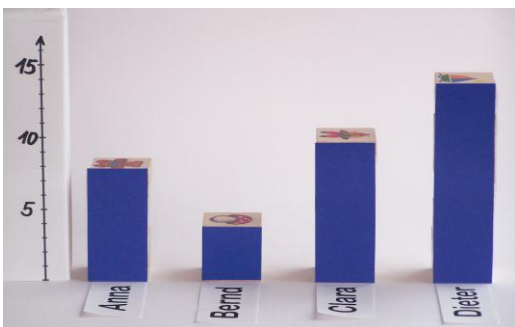


Abb. 6: Spielplättchenstapel mit Abdeckkartons und Skala

Sie kann etwa auf den Verpackungskarton einer Zahncremetube (die sich noch darin befindet) aufgeklebt werden. Diese Skala wird links neben den ersten Stapel gestellt. Nachdem durch direkten Vergleich gesichert wurde, dass die Unterteilungsstriche der Skala den Höhen der einzelnen Plättchen entsprechen (Dazu wird vorübergehend noch einmal ein Abdeckkarton von einem Stapel entfernt.), lassen sich die Anzahlen der Plättchen in jedem Stapel nun direkt an der Skala ablesen (vgl. Abb. 6). An dieser Darstellung können alle interessierenden Aspekte (Platzierungen, Anzahlen der Plättchen) direkt erfasst oder abgelesen werden. Es wurden aber auch Informationen unterdrückt. So lässt sich z. B. nicht mehr rekonstruieren, welcher Spieler welche Plättchenpaare gewonnen hat. Diese Information ist aber in der Regel auch nicht interessant. Daraus ergeben sich weitere wichtige *Eigenschaften von Diagrammen*:

- *Diagramme reduzieren die Informationen auf das notwendige Maß, damit wesentliche Informationen schnell erfasst werden können.*
- *Die Skala ermöglicht neben den qualitativen Vergleichen (mehr, weniger, Reihenfolge,...) durch das Ablesen des jeweiligen Skalenwerts eine quantitative Aussage zu den absoluten Häufigkeiten (hier sind das die Anzahlen der gewonnenen Spielplättchen.).*

Noch liegt aber kein Diagramm, also keine grafische Darstellung der Informationen vor.

Übergang zur Darstellung auf Papier

Die bisherigen Vorbereitungen und dabei gewonnenen Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler reichen aus, um folgende Frage zu beantworten:

Wie kann man die Darstellung so auf ein Blatt Papier übertragen, dass alle Informationen erhalten bleiben.?

In der Regel wird sehr schnell gesehen, dass man auf einem Papier eine Startlinie benötigt und dann die Abdeckkartons von Stapeln direkt auf das Papier kleben kann. Wenn man diese noch mit den Namen der jeweiligen Spieler beschriftet ist auch hier die Platzierung direkt erfassbar. Es fehlt nur noch die Skala, die es ermöglicht, die Anzahlen der gewonnenen Plättchen für jeden Spieler abzulesen. Bei guter Vorbereitung lässt sich die Skala vom dreidimensionalen Modell abnehmen und ebenfalls auf das Papier kleben. Auf diese Weise wurde ein Säulendiagramm erarbeitet. In Abb. 7 fehlt nur noch die Beschriftung der Skala. Dies ist

wesentlich, weil sonst nachträglich nicht mehr klar ist, welche Häufigkeit hier aufgetragen wird. Durch den direkten Vergleich mit der ursprünglichen Situation, nämlich den „Spielplättchensäulen“ ist auch der Name dieses Diagrammtyps sehr eingängig.

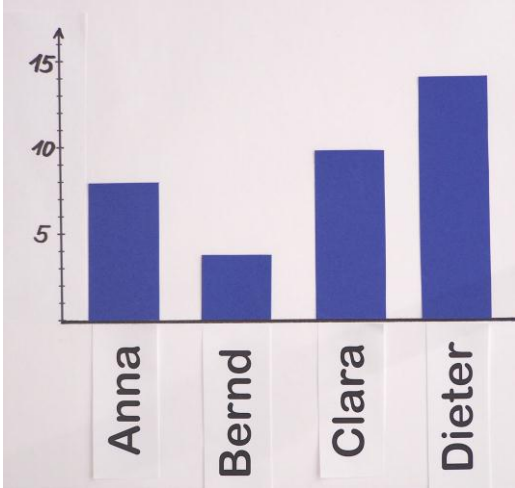


Abb. 7: Entwickeltes Säulendiagramm

Die Spielplättchensäulen stellen eine Verständnisgrundlage für diese Diagrammart dar, auf die mental jederzeit wieder zurückgegriffen werden kann, wenn es bei der Interpretation von Säulendiagrammen zu Verständnisschwierigkeiten kommt.

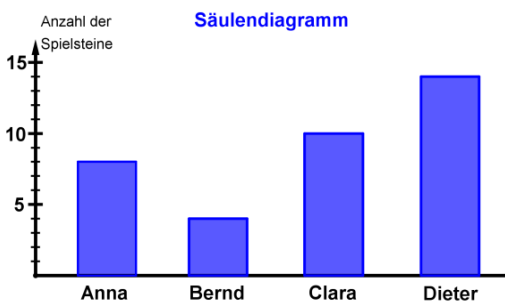


Abb. 8: Säulendiagramm zum Spielausgang beim Memory

Gegenüberstellung der verschiedenen Darstellungsformen

Im Anschluss an diese Erarbeitung kann man die Schülerinnen und Schüler fragen, ob eine Gruppe ihre Spielplättchen beim Vergleich anders angeordnet hat. Einer Gruppe bei der das der Fall ist, sollte man die Gelegenheit geben, die Anordnung der Spielplättchen so abzuändern, dass sie ihren eigenen Überlegungen entspricht. Es ist nun sehr gut möglich die verschiedenen Darstellungen zu vergleichen und Gemeinsamkeiten sowie Unterschiede zu entdecken. Spätestens jetzt sollten für die beiden Diagrammarten die sprechenden Bezeichnungen

gen Säulen- und Balkendiagramm eingeführt werden.

Sicherung

Diagramm für das Spielergebnis der eigenen Gruppe auf kariertes Papier zeichnen

Nach der Erarbeitungsphase im Plenum gehen die Schülerinnen und Schüler zurück in ihre Gruppen und bearbeiten zur Sicherung folgende Aufgabe:

Zeichnet auf kariertes Papier ein Diagramm, das euer Gruppenergebnis darstellt und so aussieht, wie die angeordneten Spielplättchen auf eurem Tisch.

Kann man an eurem Diagramm erkennen, aus wie vielen Spielplättchen euer Memory besteht?

Hinweise:

Ein Kästchen auf eurem Papier sollte jeweils einem Spielplättchen entsprechen.

Denkt an die Startlinie und die Skala!

Dabei lernen sie einerseits Säulen- oder Balkendiagramme zu zeichnen und andererseits lässt sich so überprüfen, ob alle wesentlichen Aspekte erfasst wurden.

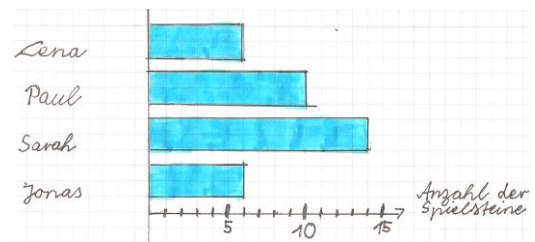


Abb. 9: Schülerarbeit: Balkendiagramm auf kariertem Papier

Sicherung in Form einer „Fotostory“

Das beiliegende Arbeitsblatt ist als Sicherung der Erarbeitungsphase gedacht. Die Schülerinnen und Schüler erhalten hier in Form einer Fotostory die Ergebnisse der Erarbeitungsphase. Daran wird die Verständnisgrundlage visuell sichtbar, es lassen sich alle durchgeführten Überlegungen rekonstruieren und die beiden Diagrammarten Balken- und Säulendiagramm werden anhand derselben Daten einander gegenübergestellt. Dies alles geschieht praktisch ohne Text und kann dadurch sehr gut überblickt werden. Im Internet werden unter der Adresse <http://www.juergen-roth.de/dynageo/diagramm/> GeoGebra-Applets bereitgestellt, die ebenfalls die Entwicklung der Erarbeitung der Diagramme in ihrer zeitlichen Abfolge dynamisch darstellen.

Literatur: Eichler, Andreas; Vogel, Markus (2009): Leitidee Daten und Zufall. Vieweg + Teubner, S. 31ff

Name:	Klasse:	Datum:
-------	---------	--------

Balken- und Säulendiagramm

Nach einem Memory-Spiel wollen vier Kinder die Reihenfolge der Gewinner feststellen.

