

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

- 1 Ziele und Inhalte
- 2 Natürliche Zahlen \mathbb{N}
- 3 Ganze Zahlen \mathbb{Z}**
- 4 Rationale Zahlen \mathbb{Q}
- 5 Reelle Zahlen \mathbb{R}
- 6 Komplexe Zahlen \mathbb{C}

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Kapitel 3:

Ganze Zahlen \mathbb{Z}

Malle: Die Entstehung negativer Zahlen als eigene Denkgegenstände. In: Mathematik lehren, Heft 35, 1989, S. 14-17

Malle: Die Entstehung negativer Zahlen – Der Weg vom ersten Kennenlernen bis zu eigenständigen Denkobjekten.

In: Mathematik lehren, Heft 142, 2007, S. 52-57

▶ **Hürde 1**

- ▷ Gegensätzliches Deuten der alten (positiven) Zahlen

▶ **Hürde 2**

- ▷ Neue Beziehungen zwischen den alten Zahlen entdecken

▶ **Hürde 3**

- ▷ Entwickeln geänderter Vorstellungen von Ordnung, Addition und Subtraktion

▶ **Hürde 4**

- ▷ Sinnggebung neuer Schreibweise

▶ **Hürde 5**

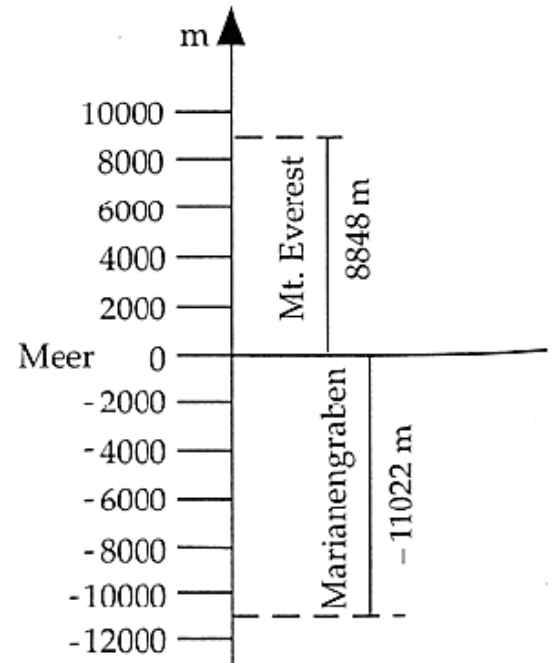
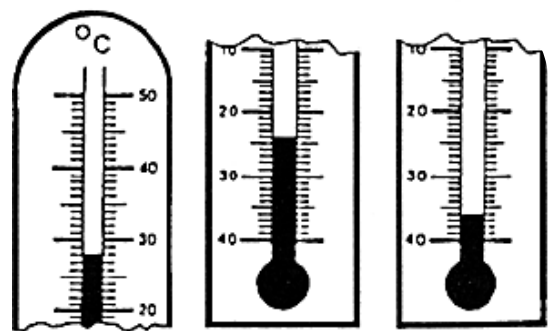
- ▷ Definitorischen Charakter der Rechenoperationen erkennen

Malle: Die Entstehung negativer Zahlen als eigene Denkgegenstände. In: Mathematik lehren, Heft 35, 1989, S. 14-17

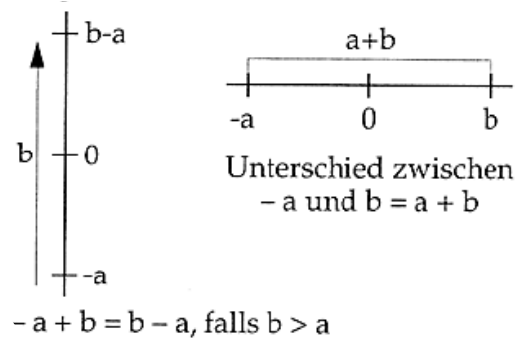
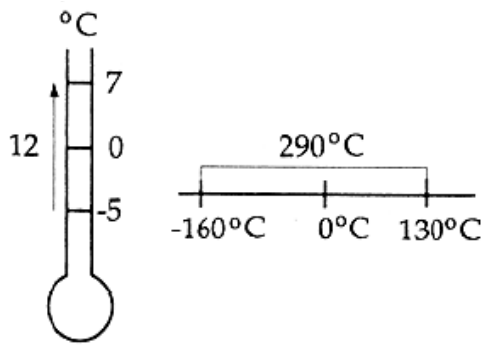
Malle: Die Entstehung negativer Zahlen – Der Weg vom ersten Kennenlernen bis zu eigenständigen Denkobjekten.

In: Mathematik lehren, Heft 142, 2007, S. 52-57

Hürde 1



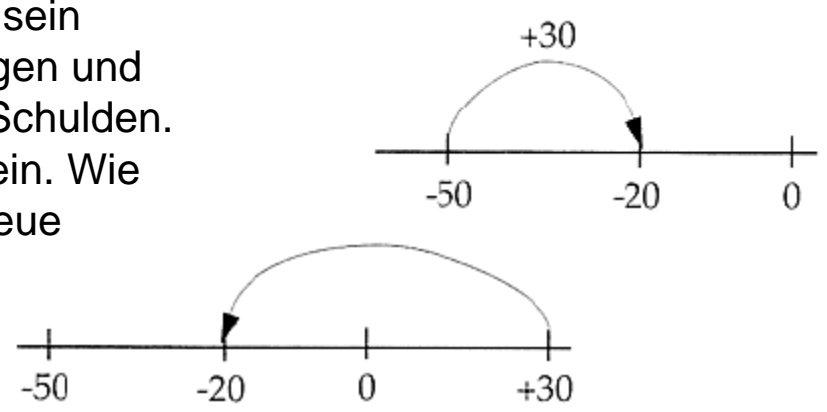
Hürde 2

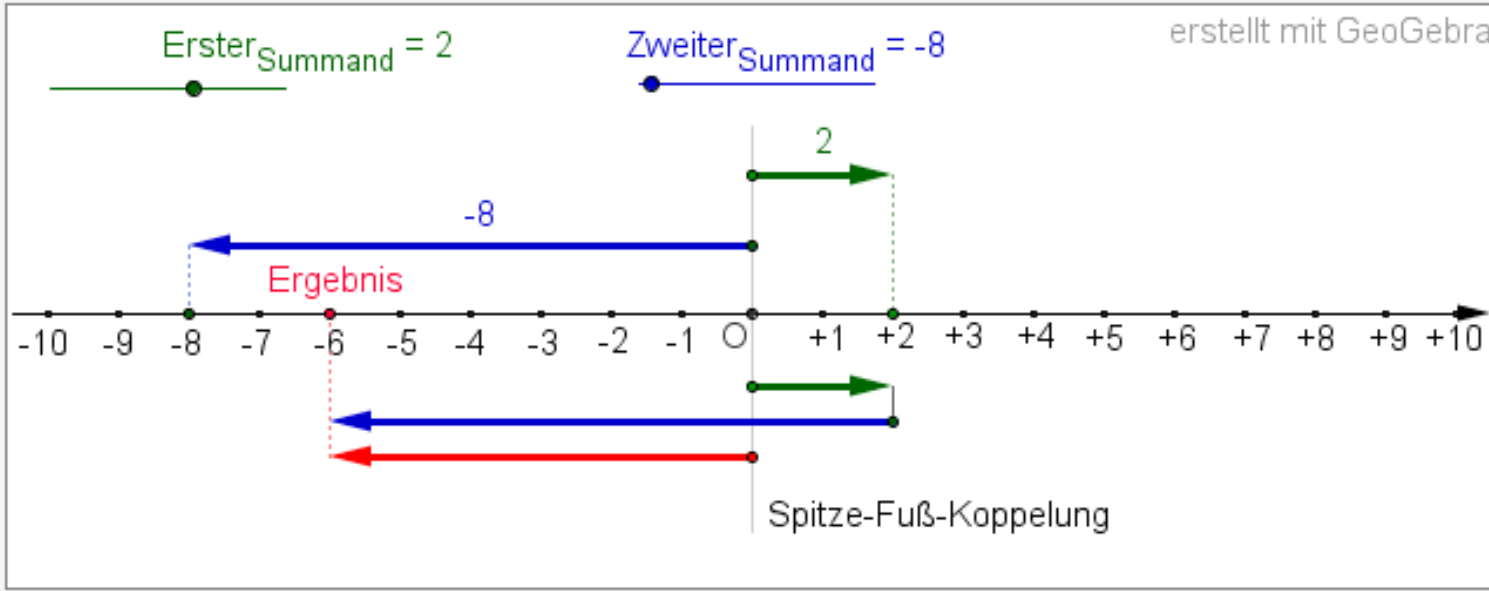
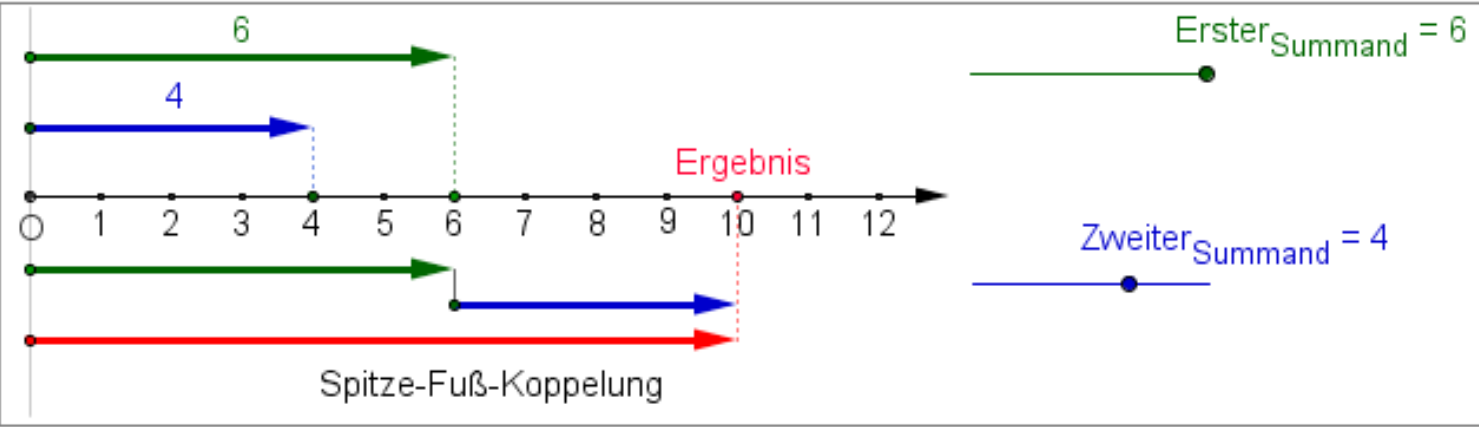


Hürde 3

Herr Roth hat sein Konto überzogen und hat nun 50 € Schulden. Er zahlt 30 € ein. Wie hoch ist der neue Kontostand?

$$50 - 30 = 20$$



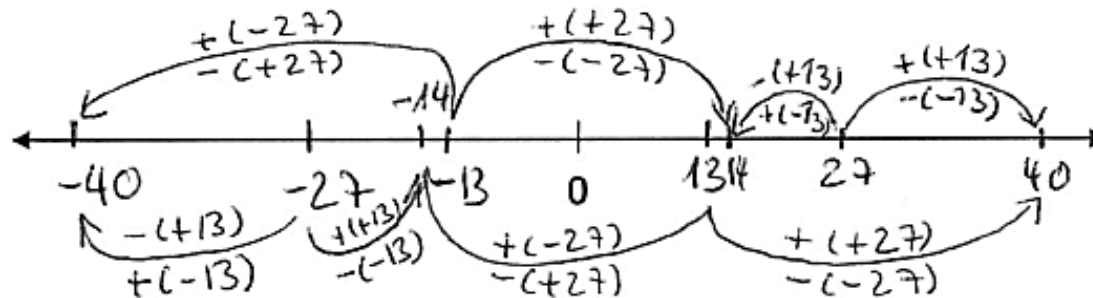


Erkunde das Rechnen mit ganzen Zahlen

1. Bilde mit den Zahlen 13 und 27 sowie den Vorzeichen + und – alle möglichen Subtraktions- und Additionsaufgaben.

$$\begin{array}{cccc}
 (+13) + (+27) & (-13) + (+27) & (+13) + (-27) & (-13) + (-27) \\
 (+13) - (+27) & (-13) - (+27) & (+13) - (-27) & (-13) - (-27) \\
 (+27) + (+13) & (-27) + (+13) & (+27) + (-13) & (-27) + (-13) \\
 (+27) - (+13) & (-27) - (+13) & (+27) - (-13) & (-27) - (-13)
 \end{array}$$

2. Veranschauliche deine Aufgaben aus 1. an der Zahlengerade.

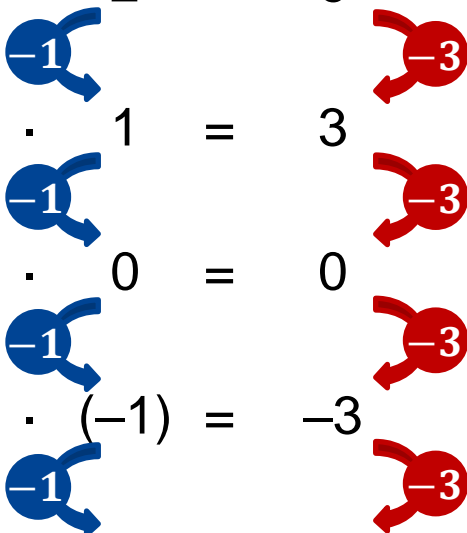


3. Welche Rechnungen haben das gleiche Ergebnis? Warum?

$(+13) + (+27)$ und $(+13) - (-27)$ haben das gleiche Ergebnis weil $-(-27)$ dasselbe ist wie $+27$ rechnen.

Anderer Zugang: Das Distributivgesetz soll weiter gültig sein (Permanenzprinzip)!

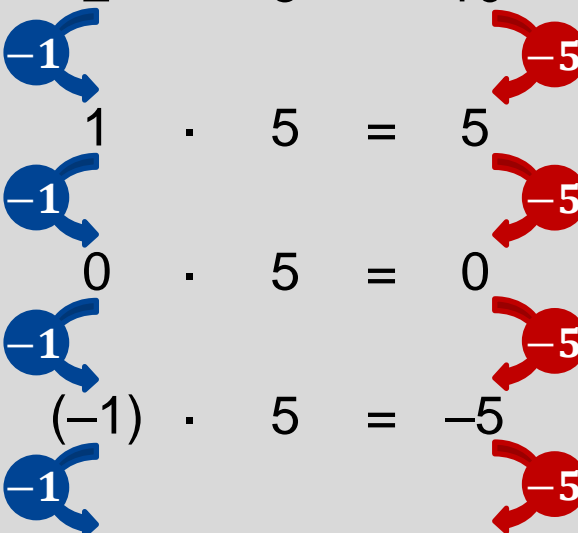
$$(-2) \cdot [5 + (-3)] \stackrel{\text{DG (!)}}{=} (-2) \cdot 5 + (-2) \cdot (-3)$$

$$\begin{array}{l} 3 \cdot 2 = 6 \\ 3 \cdot 1 = 3 \\ 3 \cdot 0 = 0 \\ 3 \cdot (-1) = -3 \\ 3 \cdot (-2) = -6 \end{array}$$


Begründung:

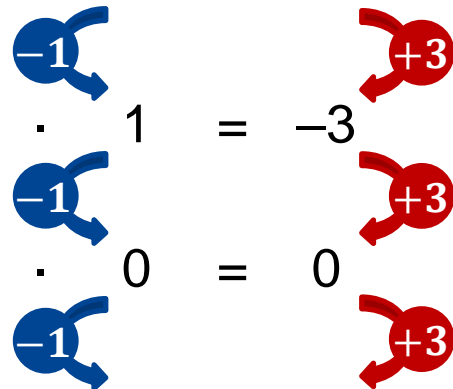
Multiplikation als fortgesetzte Addition

$$3 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2)$$

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 5 = 10 \\ 1 \cdot 5 = 5 \\ 0 \cdot 5 = 0 \\ (-1) \cdot 5 = -5 \\ (-2) \cdot 5 = -10 \end{array}$$


Begründung:

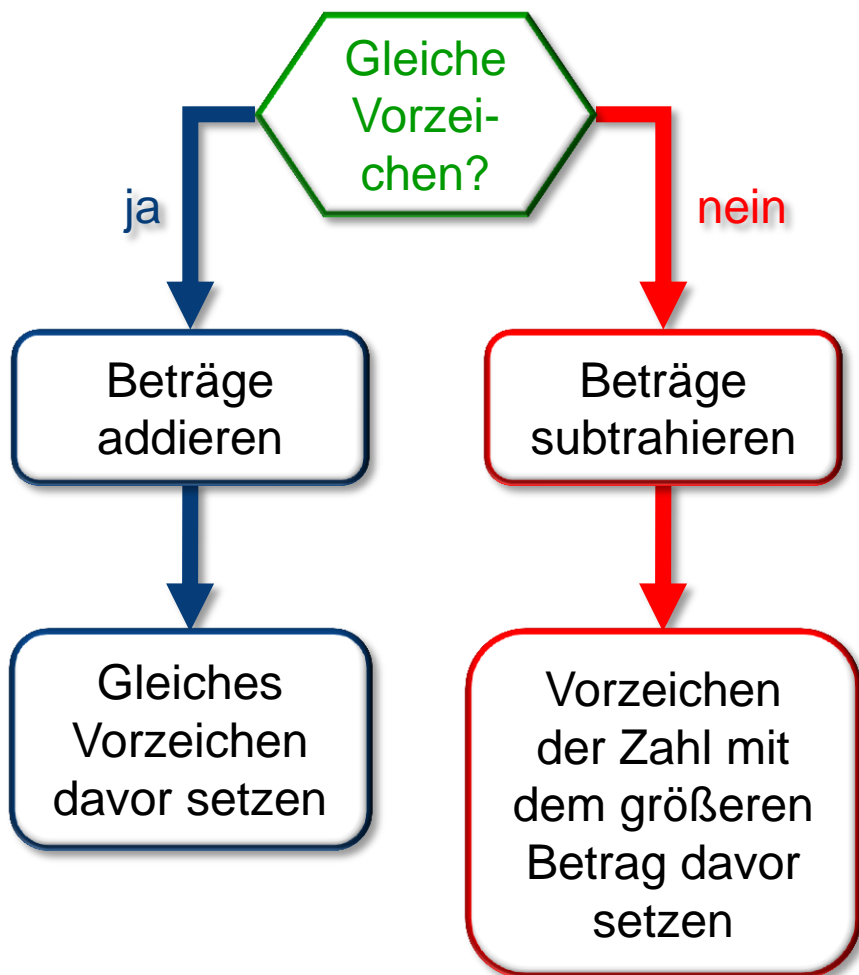
Permanenzprinzip: Das Kommutativgesetz soll weiterhin gelten.

$$\begin{array}{l} (-3) \cdot 2 = -6 \\ (-3) \cdot 1 = -3 \\ (-3) \cdot 0 = 0 \\ (-3) \cdot (-1) = ? \\ 3 \end{array}$$


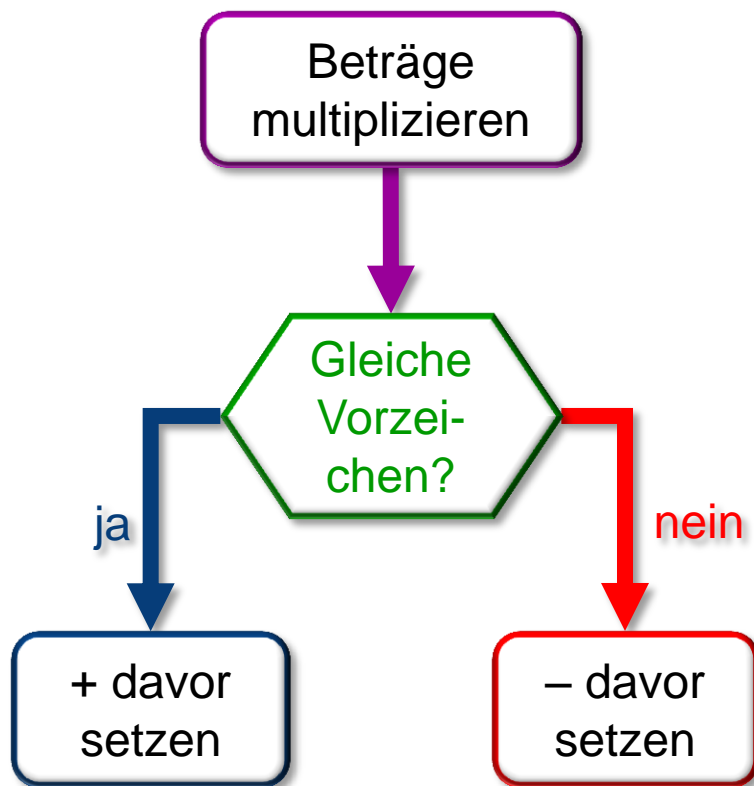
Sinnvolle Festlegung

Permanenzprinzip
Multiplikationsregeln müssen sinnvoll festgelegt werden!

Addition



Multiplikation



Viet: Ein Spiel für die Unterrichtseinheit „Ganze Zahlen“. In: Vollrath (Hrsg.): Zahlbereiche. Klett, Stuttgart, 1983

