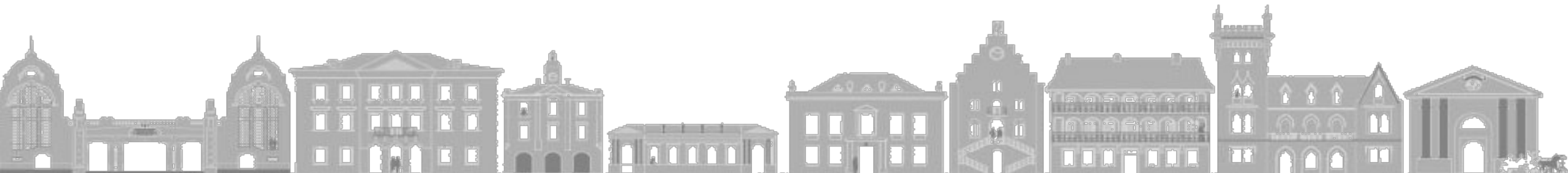


Jürgen Roth

# Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

## Modul 5: Fachdidaktische Bereiche



## Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

### 1 Ziele und Inhalte

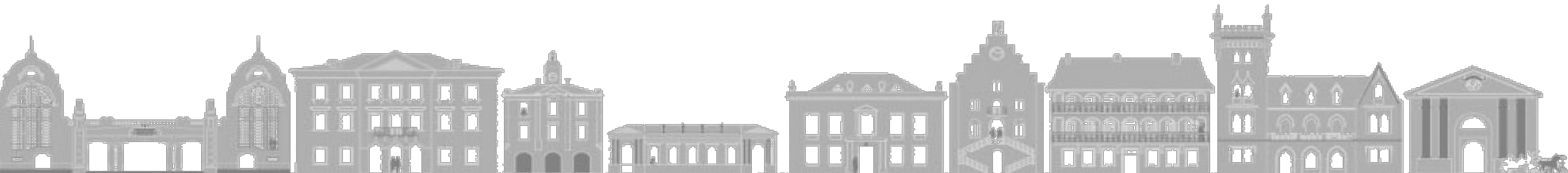
2 Natürliche Zahlen  $\mathbb{N}$

3 Ganze Zahlen  $\mathbb{Z}$

4 Rationale Zahlen  $\mathbb{Q}$

5 Reelle Zahlen  $\mathbb{R}$

6 Komplexe Zahlen  $\mathbb{C}$



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

# Kapitel 1: Ziele und Inhalte




## ▶ **Homepage zur Veranstaltung**

- ▶ [www.juergen-roth.de/lehre/did\\_zahlbereichserweiterungen/](http://www.juergen-roth.de/lehre/did_zahlbereichserweiterungen/) 

## ▶ **Übungen zur Veranstaltung**

- ▶ Getrennt für die Lehrämter an
  - ▶ Grund- und Förderschulen (Variante b)
  - ▶ Realschulen plus und Gymnasien (Variante a)
- ▶ Bonuspunkte

## ▶ **Prüfung im Modul 5: Fachdidaktische Bereiche**

- ▶ Prüfungsmodalitäten und Inhalte
- ▶ [www.uni-koblenz-landau.de/de/landau/fb7/mathematik/lehre/Pruefungen/pruefungsinhalte/modul5pruefung](http://www.uni-koblenz-landau.de/de/landau/fb7/mathematik/lehre/Pruefungen/pruefungsinhalte/modul5pruefung) 



## Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

- 1 **Ziele und Inhalte**
- 2 Natürliche Zahlen  $\mathbb{N}$
- 3 Ganze Zahlen  $\mathbb{Z}$
- 4 Rationale Zahlen  $\mathbb{Q}$
- 5 Reelle Zahlen  $\mathbb{R}$
- 6 Komplexe Zahlen  $\mathbb{C}$



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

# Kapitel 1: Ziele und Inhalte



Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen.

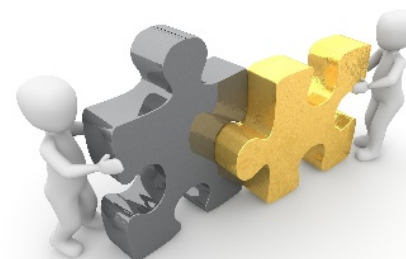


Lesen Sie den  
Text von Winter!



Mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenlernen und begreifen.

In der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten erwerben, die über die Mathematik hinaus gehen (heuristische Fähigkeiten).



Es geht total  
viel Zeit im  
Jahr für die  
Schule drauf.

... das sind  
bestimmt 30%  
unserer Zeit ...

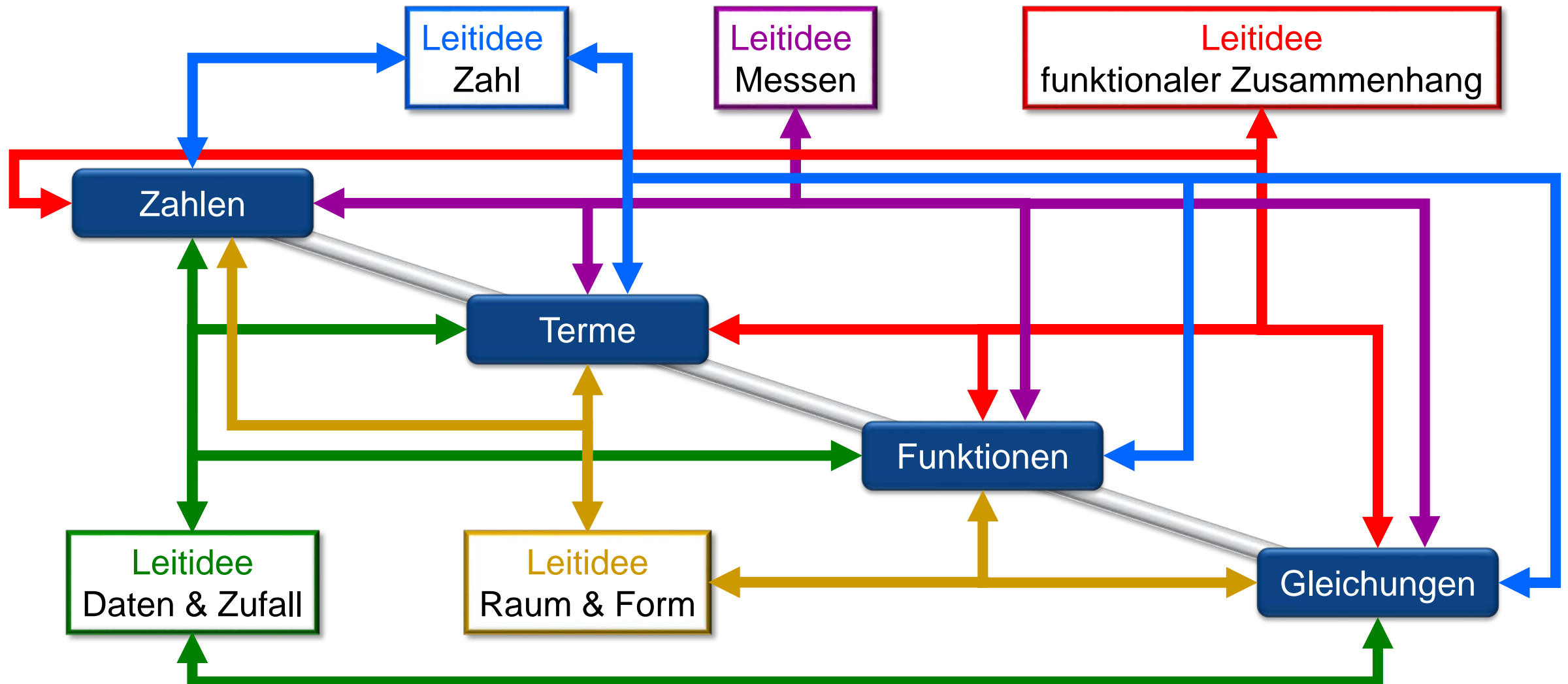
... da müsste aber die  
Hausaufgabenzeit mit  
berücksichtigt werden...

... bei mir macht  
das höchstens  
10% ...

... und auch der Schulweg ...



KMK (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. S. 11f



<https://www.kmk.org/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html>

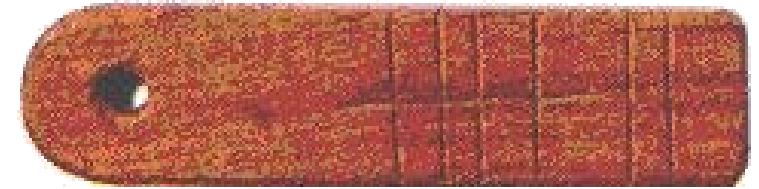


Vollrath, Weigand (2007): Algebra in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, S. 7

Klasse	5	6	7	8	9	10
<b>Zahlen (Z)</b>	$\mathbb{N}$ Grundrechenarten	$\mathbb{Z}; \mathbb{Q}$ Negative Zahlen Bruchrechnung; Dezimalbrüche	$\mathbb{Q}$ Grundrechenarten	$\mathbb{Q}$ Potenzen mit natürlichen Exponenten	$\mathbb{R}$ Quadrieren Radizieren Irrationalität	$\mathbb{R}$ Potenzrechnung
<b>Terme (T)</b>	Einfache Terme, Tabellen, Einsetzung	Einfache Terme mit Brüchen, Einsetzung aus $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$	Einfache Terme mit rationalen Zahlen	Termumformung, „ganze“ Terme, Bruchterme	Terme mit Quadraten und Wurzeln	Terme mit Potenzen und trigonometrischen Funktionen
<b>Funktionen (Fkt.)</b>	Tabellen mit Variablen; Operatoren	Tabellen mit Variablen; Bruchoperatoren	Proportionale, antiproportionale, empirische Funktionen	Lineare Fkt; Funktionsgleichungen; Eigenschaften	Quadratische Funktion, Wurzelfunktion, Umkehrfunktion	Potenz-, Exponential-, Logarithmusfunktion, trigonometrische Fkt.
<b>Gleichungen (G)</b>	Lösen einfacher Gleichungen: Probieren, Gegenoperatoren	Lösen einfacher Gleichungen durch Gegenoperatoren	Lösen einfacher Gleichungen durch Gegenoperatoren	Äquivalenzumformungen, Gleichungssysteme, Formeln	Quadratische G, Wurzelgleichung, graphisches Lösen & Näherung	Potenz-, Exponentialgleichung Trigonometrie G

## ▶ Zahlen gab es in allen Kulturen der Geschichte

- ▷ z. B. Neandertaler, Babylon, Ägypten, Rom 🌐 🌐



## ▶ Entwicklung der Zahlen

- ▷ steigende Ansprüche an die Zahlen
- ▷ Zählen → Messen → Rechnen → Gleichungen lösen → funkt. Zusammenhänge beschreiben



## ▶ Algebra-Unterricht

- ▷ wesentlicher Beitrag zum Zahlverständnis
- ▷ Rechenregeln und Zusammenhänge zwischen den Regeln verdeutlichen



## ▶ Paradoxie des Verstehens

- ▷ Einerseits: Wesentliches hervorheben
- ▷ Andererseits: Beziehungsreichtum erfahren

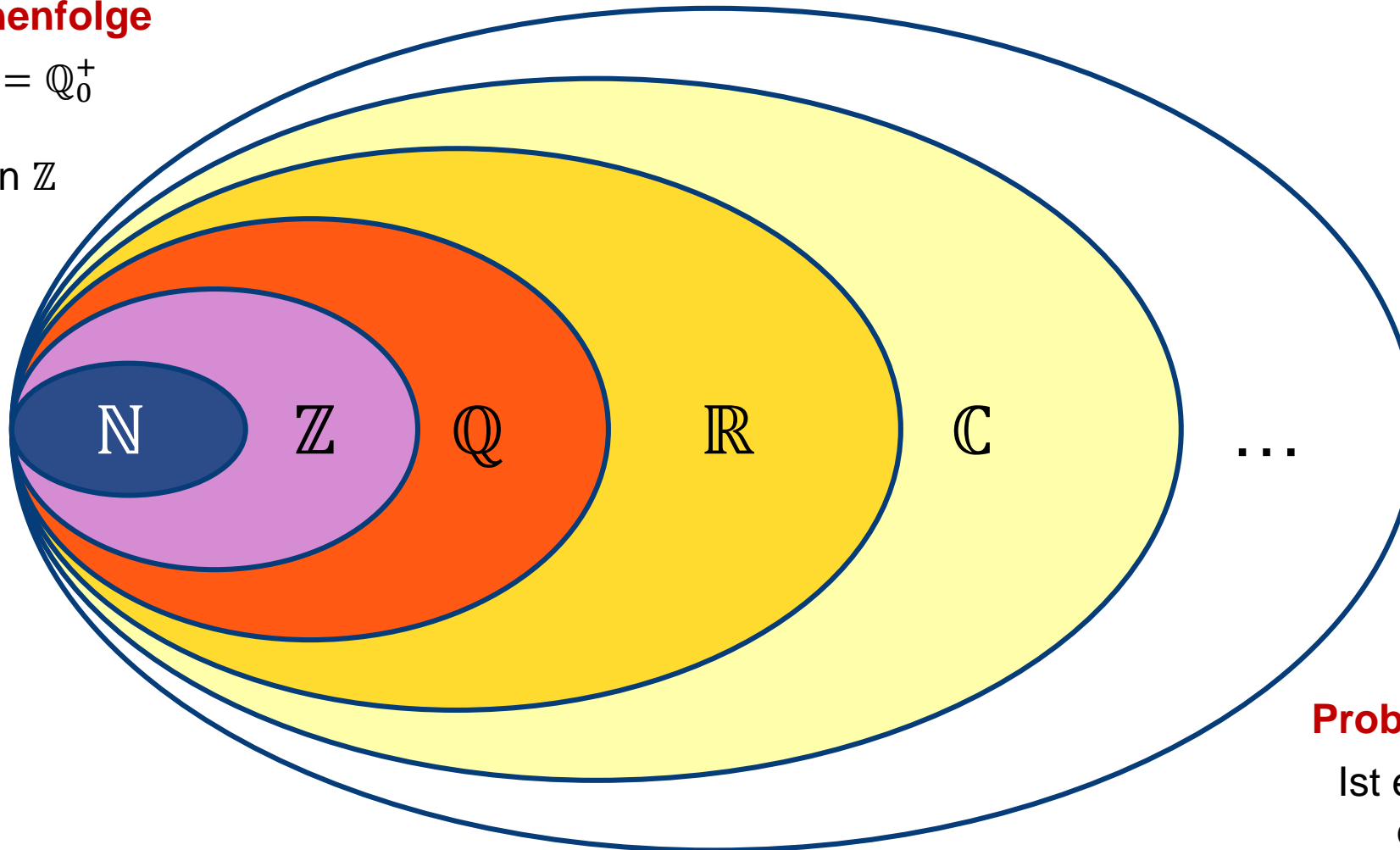


## Problem der Reihenfolge

Bruchzahlen  $\mathbb{B} = \mathbb{Q}_0^+$



Ganze Zahlen  $\mathbb{Z}$



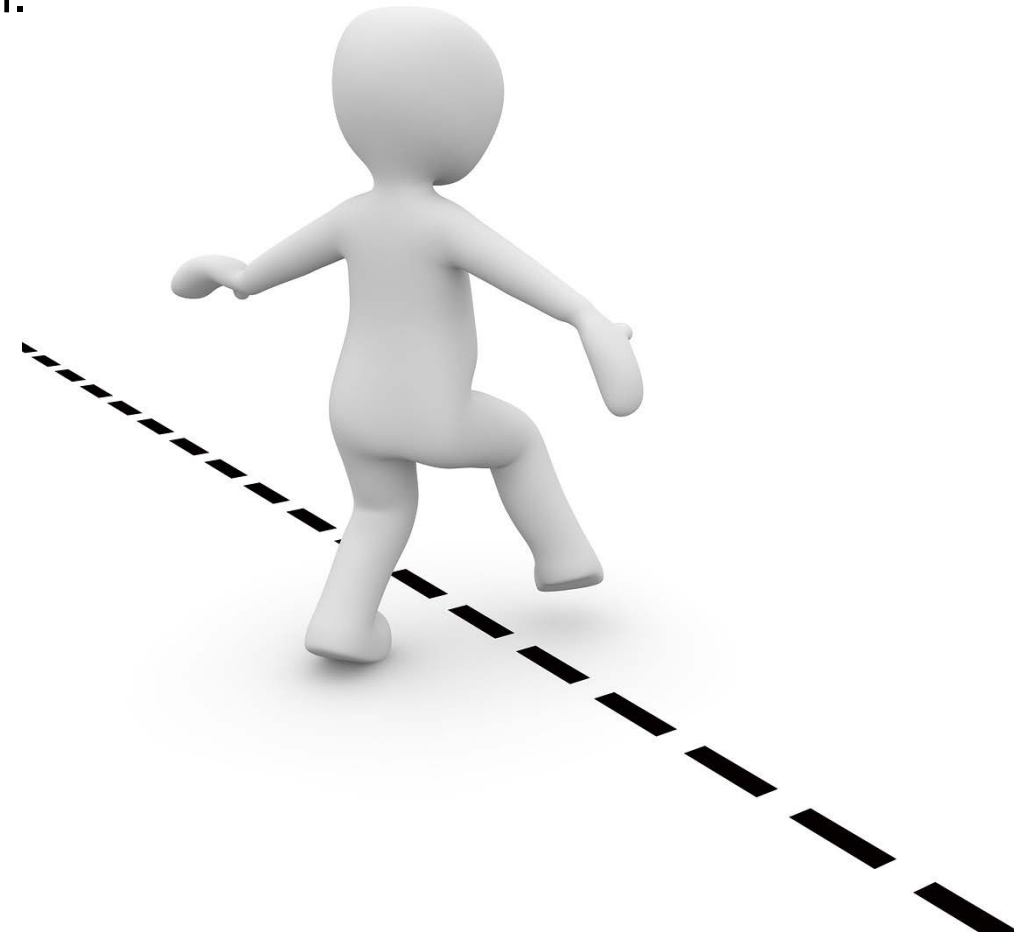
## Problem der Einbettung

Ist eine natürliche Zahl  
eine Bruchzahl?

## ▶ Lernen vollzieht sich in Schritten

- ▷ Grenzen eines Bereiches werden bewusst überschritten.
  - ▶ Ein neuer Bereich eröffnet sich.
- ▷ Neuer Bereich wird erkundet.
  - ▶ Neues entdecken
  - ▶ Vertrautes wiederfinden
- ▷ Neue Erfahrungen mit Zahlen des alten Bereichs
  - ▶ Alter Bereich wird neu gesehen und ist eingebettet in den neuen Bereich.
- ▷ Grundvorstellungen
  - ▶ aktivieren und wandeln

## ▶ **Beispiel:** Übergang $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$



Ulovec, A. (2007): Wenn sich Vorstellungen wandeln – Ebenen der Zahlbereichserweiterungen. *mathematik lehren* 142, S. 14-16