


Jürgen Roth

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Modul 5: Fachdidaktische Bereiche



▶ Homepage zur Veranstaltung

▷ www.juergen-roth.de/lehre/did_zahlbereichserweiterungen/ 

▶ Übungen zur Veranstaltung

▷ Bonuspunkte

▶ Prüfung im Modul 5: Fachdidaktische Bereiche

▷ Prüfungsmodalitäten und Inhalte

▷ www.uni-koblenz-landau.de/de/landau/fb7/mathematik/lehre/pruefungen/puefungsinhalte/modul5pruefung 



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

- 1 Ziele und Inhalte
- 2 Natürliche Zahlen \mathbb{N}
- 3 Ganze Zahlen \mathbb{Z}
- 4 Rationale Zahlen \mathbb{Q}
- 5 Reelle Zahlen \mathbb{R}
- 6 Komplexe Zahlen \mathbb{C}



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Kapitel 1: Ziele und Inhalte



Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen.

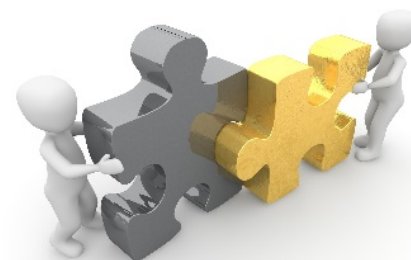


Lesen Sie den
Text von Winter!



Mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenlernen und begreifen.

In der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten erwerben, die über die Mathematik hinaus gehen (heuristische Fähigkeiten).



Es geht total
viel Zeit im
Jahr für die
Schule drauf.

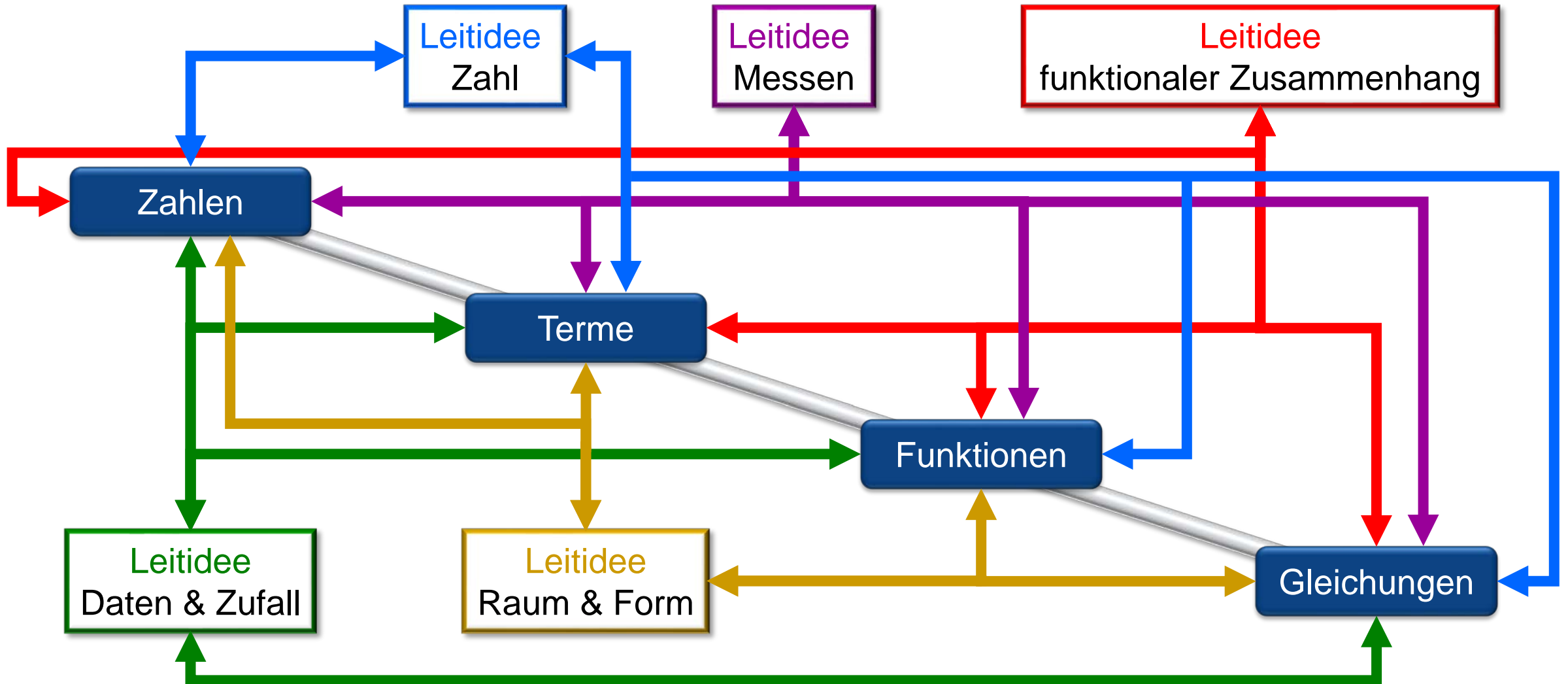
... das sind
bestimmt 30%
unserer Zeit ...

... da müsste aber die
Hausaufgabenzeit mit
berücksichtigt werden...

... bei mir macht
das höchstens
10% ...

... und auch der Schulweg ...

KMK (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. S. 11f



<https://www.kmk.org/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html>

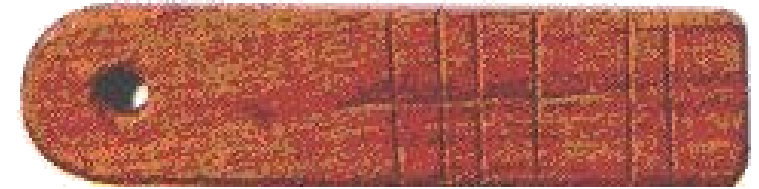


Vollrath, Weigand (2007): Algebra in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, S. 7

Klasse	5	6	7	8	9	10
Zahlen (Z)	\mathbb{N} Grund- rechen- arten	$\mathbb{Z}; \mathbb{Q}$ Negative Zahlen Bruchrechnung; Dezimalbrüche	\mathbb{Q} Grund- rechen- arten	\mathbb{Q} Potenzen mit natürlichen Exponenten	\mathbb{R} Quadrieren Radizieren Irrationalität	\mathbb{R} Potenzrechnung
Terme (T)	Einfache Terme, Tabellen, Einsetzung	Einfache Terme mit Brüchen, Einsetzung aus \mathbb{Z} und \mathbb{Q}	Einfache Terme mit rationalen Zahlen	Termumformung, „ganze“ Terme, Bruchterme	Terme mit Quadraten und Wurzeln	Terme mit Potenzen und trigonometri- schen Funktionen
Funktionen (Fkt.)	Tabellen mit Variablen; Operatoren	Tabellen mit Variablen; Bruchoperatoren	Proportionale, antiproportionale, empirische Funktionen	Lineare Fkt; Funktions- gleichungen; Eigenschaften	Quadratische Funktion, Wurzelfunktion, Umkehrfunktion	Potenz-, Expo- nential-, Logarith- musfunktion, trigonom. Fkt.
Gleichungen (G)	Lösen einfacher Gleichungen: Probieren, Gegenoperatoren	Lösen einfacher Gleichungen durch Gegenoperatoren	Lösen einfacher Gleichungen durch Gegenoperatoren	Äquivalenzum- formungen, Gleichungssysteme, Formeln	Quadratische G, Wurzelgleichung, graphisches Lö- sen & Näherung	Potenz-, Expo- nentialgleichung Trigonometr. G

▶ Zahlen gab es in allen Kulturen der Geschichte

- ▷ z. B. Neandertaler, Babylon, Ägypten, Rom 🌍 🌍



▶ Entwicklung der Zahlen

- ▷ steigende Ansprüche an die Zahlen
- ▷ Zählen → Messen → Rechnen → Gleichungen lösen → funkt. Zusammenhänge beschreiben



▶ Algebra-Unterricht

- ▷ wesentlicher Beitrag zum Zahlverständnis
- ▷ Rechenregeln und Zusammenhänge zwischen den Regeln verdeutlichen



▶ Paradoxie des Verstehens

- ▷ Einerseits: Wesentliches hervorheben
- ▷ Andererseits: Beziehungsreichtum erfahren

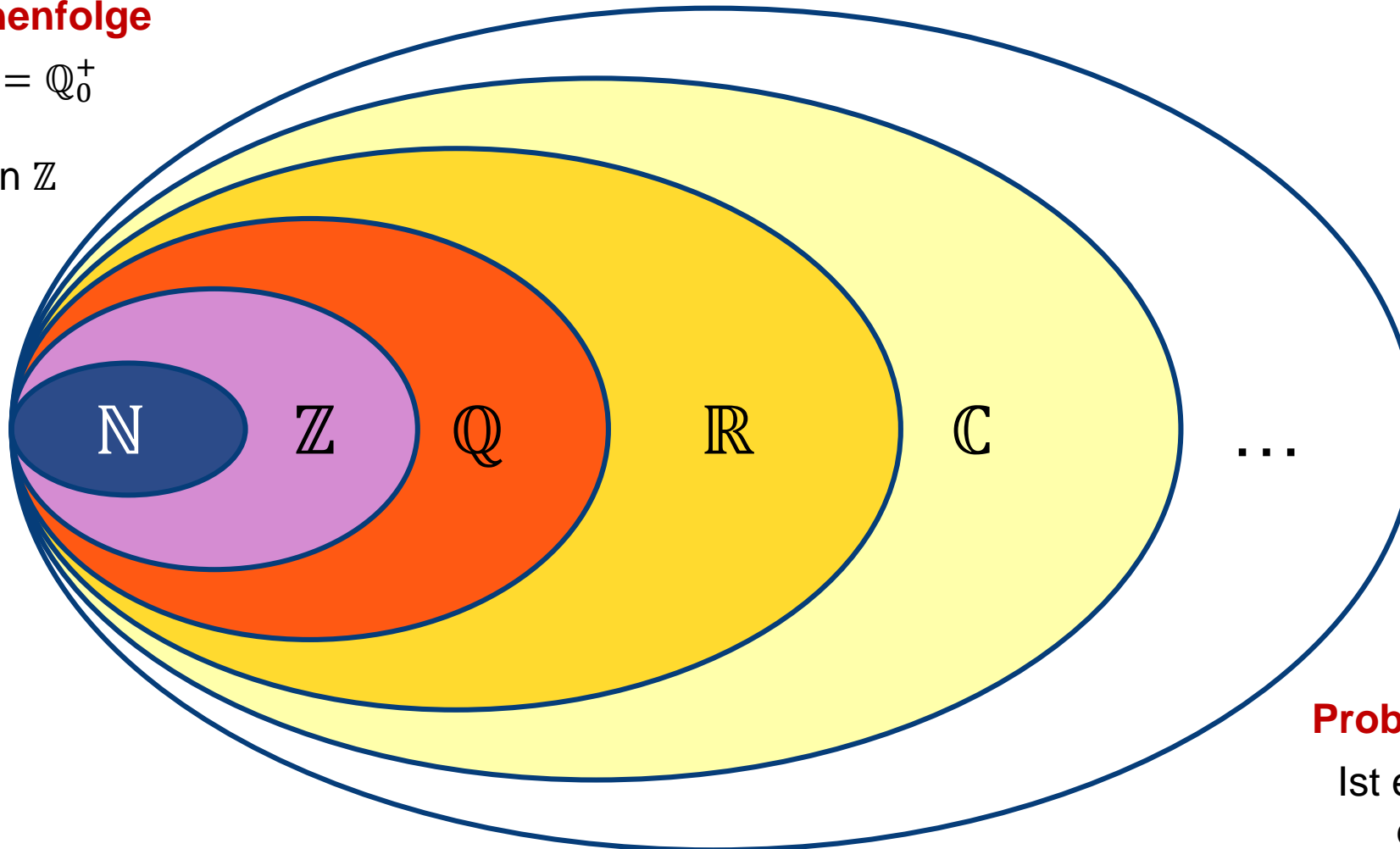


Problem der Reihenfolge

Bruchzahlen $\mathbb{B} = \mathbb{Q}_0^+$



Ganze Zahlen \mathbb{Z}



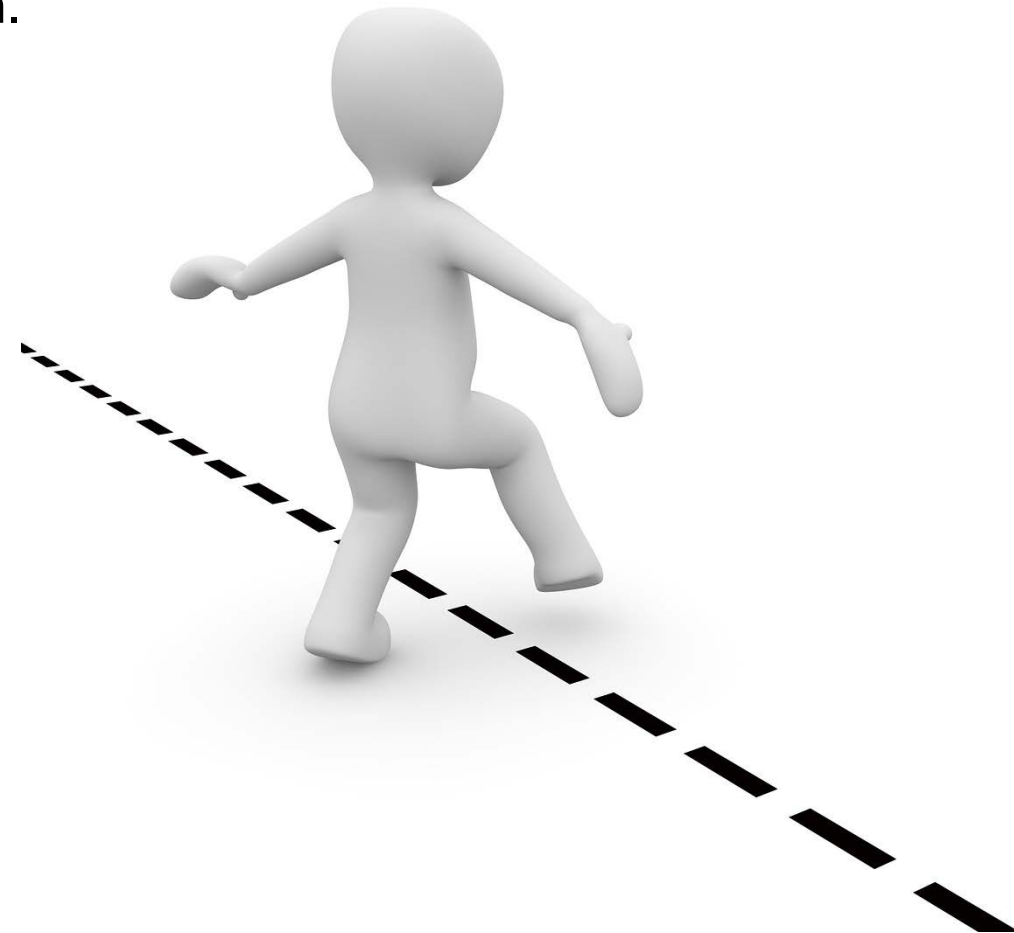
Problem der Einbettung

Ist eine natürliche Zahl
eine Bruchzahl?

▶ Lernen vollzieht sich in Schritten

- ▷ Grenzen eines Bereiches werden bewusst überschritten.
 - ▶ Ein neuer Bereich eröffnet sich.
- ▷ Neuer Bereich wird erkundet.
 - ▶ Neues entdecken
 - ▶ Vertrautes wiederfinden
- ▷ Neue Erfahrungen mit Zahlen des alten Bereichs
 - ▶ Alter Bereich wird neu gesehen und ist eingebettet in den neuen Bereich.
- ▷ Grundvorstellungen
 - ▶ aktivieren und wandeln

▶ **Beispiel:** Übergang $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$



Ulovec, A. (2007). Wenn sich Vorstellungen wandeln – Ebenen der Zahlbereichserweiterungen. *mathematik lehren* 142, S. 14-16