



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

- 1 **Ziele und Inhalte**
- 2 Natürliche Zahlen \mathbb{N}
- 3 Ganze Zahlen \mathbb{Z}
- 4 Rationale Zahlen \mathbb{Q}
- 5 Reelle Zahlen \mathbb{R}
- 6 Komplexe Zahlen \mathbb{C}

Homepage zur Veranstaltung

<http://www.juergen-roth.de>

► Lehre ► Didaktik der Zahlbereichserweiterungen



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Kapitel 1:

Ziele und Inhalte

- ▶ **Mathematikunterricht sollte drei Grunderfahrungen ermöglichen:**
 - ▷ *Erscheinungen der Welt um uns*, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, *in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen*,
 - ▷ *mathematische Gegenstände und Sachverhalte*, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, *als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen*,
 - ▷ in der Auseinandersetzung mit Aufgaben *Problemlösefähigkeiten*, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) *zu erwerben*.

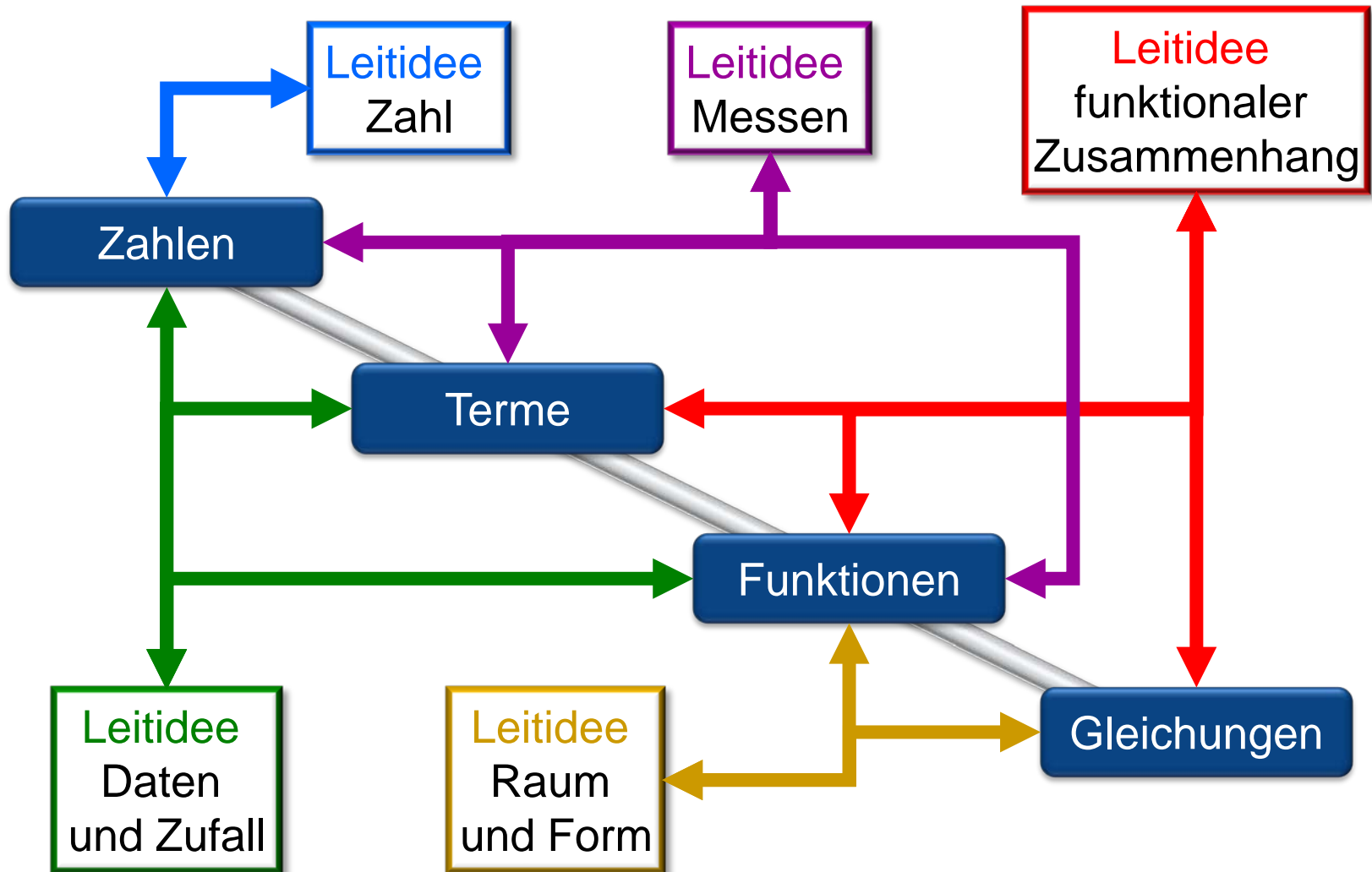
Gespräch im Schulhof

KMK: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. 2004, S. 32f
www.kmk.org/fileadmin/doc/Bildung/IVA/IVA-Beschluesse/Bildungsstandards/103-1_MSA-Mathe.pdf



Themenstränge der Algebra \leftrightarrow Leitideen

KMK: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. 2004, S. 11f
www.kmk.org/fileadmin/doc/Bildung/IVA/IVA-Beschluesse/Bildungsstandards/103-1_MSA-Mathe.pdf



Themenstränge der elementaren Algebra

Vollrath, Weigand: Algebra in der Sekundarstufe. Spektrum Akademischer Verlag, 2007³, S. 7

Klasse	5	6	7	8	9	10
Zahlen (Z)	N Grundrechenarten	$B = Q^+$ Bruchrechnung; Dezimalbrüche	Q Grundrechenarten	Q Potenzen mit natürlichen Exponenten	R Quadrieren Radizieren Irrationalität	R Potenzrechnung
Terme (T)	Einfache Terme, Tabellen, Einsetzung	Einfache Terme mit Brüchen, Einsetzung	Einfache Terme mit rationalen Zahlen	Termumformungen; „ganze“ Terme, Bruchterme	Terme mit Quadraten und Wurzeln	Terme mit Potenzen und trigonometrischen Funktionen
Funktionen (Fkt.)	Tabellen mit Variablen; Operatoren	Tabellen mit Variablen; Bruchoperatoren	Proportionale, antiproportionale, empirische Funktionen	Lineare Fkt; Funktionsgleichungen; Eigenschaften	Quadratische Fkt.; Wurzelfkt.; Umkehrfkt.	Potenz-, Exponential-, Logarithmusfkt.; trigon. Fkt.
Gleichungen (G)	Lösen einfacher G: Probieren, Überlegen, Gegenoperatoren	Lösen einfacher G durch Gegenoperatoren	Lösen einfacher G durch Gegenoperatoren	G lösen durch Äquivalenzumformung, Gleichungssysteme, Formeln	Quadratische G, Wurzelgleichungen, graphische L. & Näherung	Potenzgl.; Exponentialgleichungen Trigonometrische G

▶ Zahlen gab es in allen Kulturen der Geschichte

▷ z. B. Neandertaler, Babylon, Ägypten, Rom

▶ Entwicklung der Zahlen

▷ steigende Ansprüche an die Zahlen

▶ Zählen \Rightarrow Messen \Rightarrow Rechnen \Rightarrow Gleichungen lösen \Rightarrow funkt. Zusammenhänge beschreiben

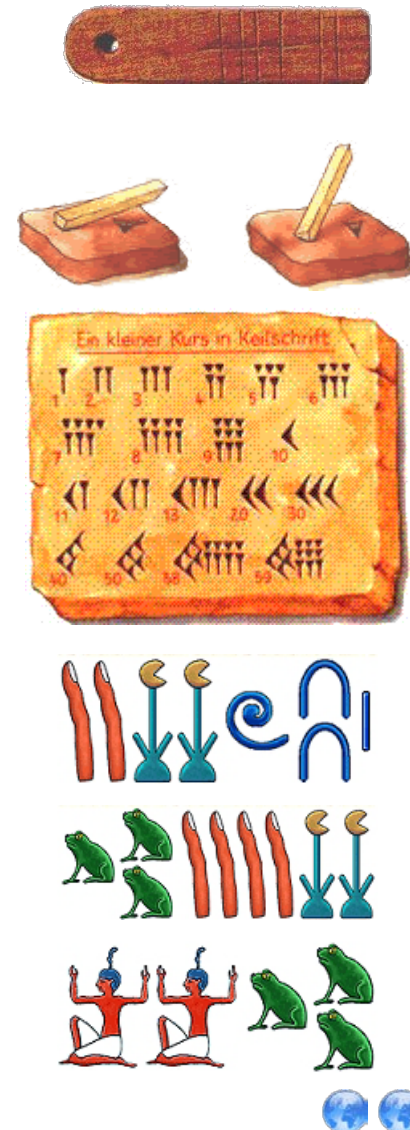
▶ Algebraunterricht

▷ wesentlicher Beitrag zum Zahlverständnis

▶ Rechenregeln und Zusammenhänge zwischen den Regeln verdeutlichen

▶ Paradoxie des Verstehens

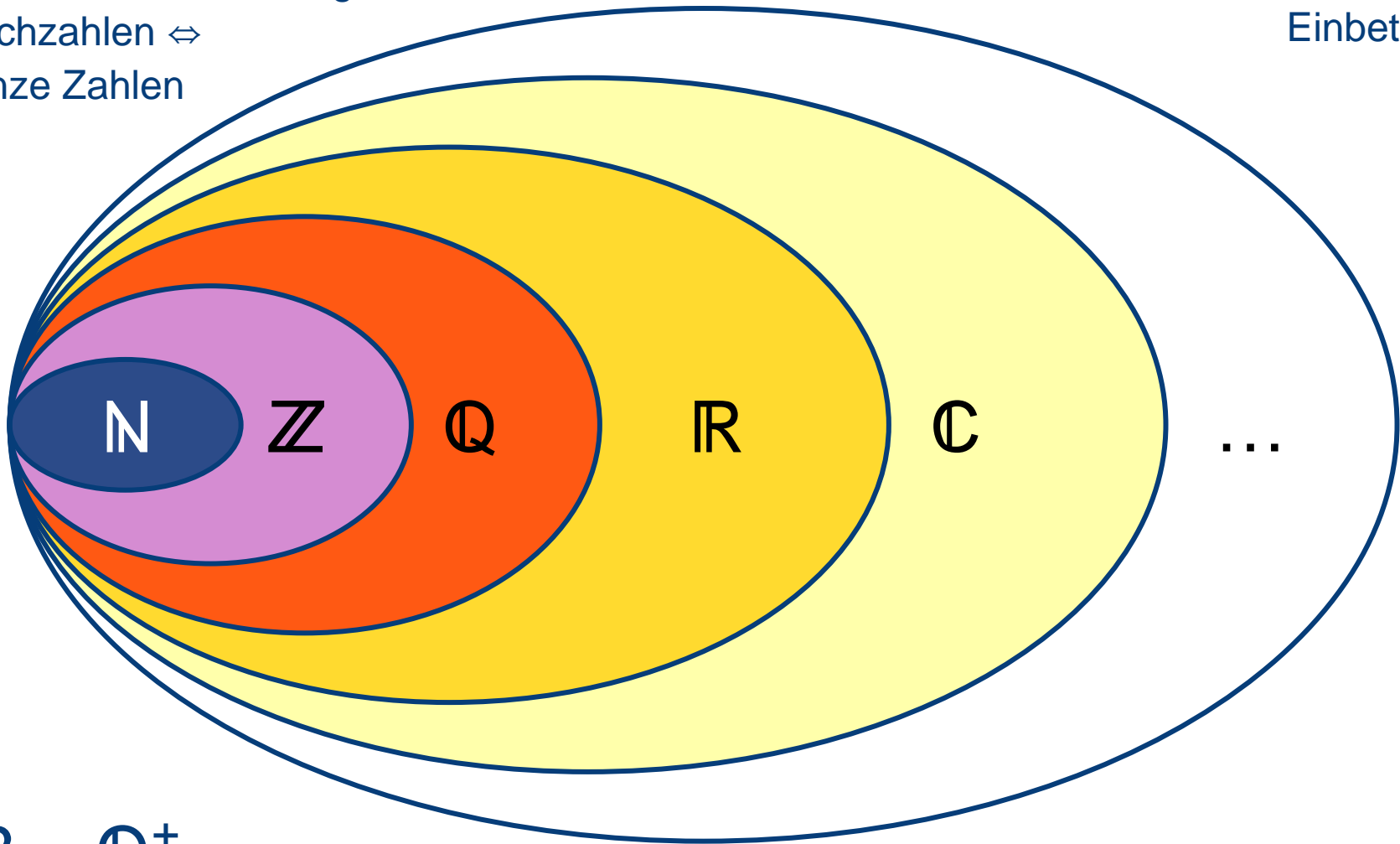
▷ Einerseits: Wesentliches hervorheben
Andererseits: Beziehungsreichtum erfahren



Zahlbereiche \Rightarrow Zahlbereichserweiterung

Problem der Reihenfolge:
Bruchzahlen \Leftrightarrow
Ganze Zahlen

Problem der
Einbettung



$$\mathbb{B} = \mathbb{Q}_0^+$$

▶ Lernen vollzieht sich in Schritten:

- ▶ Grenzen eines Bereiches werden bewusst überschritten.
 - ▶ Ein neuer Bereich eröffnet sich.
- ▶ Neuer Bereich wird erkundet.
 - ▶ Neues entdecken
 - ▶ Vertrautes wiederfinden
- ▶ Neue Erfahrungen mit Zahlen des alten Bereichs
 - ▶ Alter Bereich wird neu gesehen und ist eingebettet in den neuen Bereich.

▶ Beispiel: Übergang $\mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{Q}$