

Didaktik der Stochastik

Didaktik der Stochastik

- 1 Ziele und Inhalte
- 2 Beschreibende Statistik
- 3 Wahrscheinlichkeitsrechnung
- 4 **Beurteilende Statistik**

Didaktik der Stochastik

Kapitel 4:

Beurteilende Statistik

Kapitel 4: Beurteilende Statistik

4.1 Hypothesentest

4.2 Unterrichtsvorschlag: Zufallssinn

Didaktik der Stochastik – Kapitel 4: Beurteilende Statistik

4.1 Hypothesentest



Leuders: Darf das denn wahr sein? – Eine schüleraktive Entdeckung der Grundidee des Hypothesentestens durch Simulation mit Tabellenkalkulation. In: Praxis der Mathematik in der Schule, Heft 4, Aug. 2005, 47. Jg., S. 8-16

- ▶ Der **klassische Hypothesentest** ist eine weit verbreitete wenn nicht sogar **die Methode der beurteilenden Statistik**.
- ▶ Es muss ein **Ziel mathematischer Bildung** sein, einen verständigen und reflektierten Umgang mit gängigen Methoden zu fördern.
- ▶ **Problem:**
Häufig wird das Testen von Hypothesen als unverstandenes Schema abgearbeitet.
- ▶ **Gegenmaßnahme:**
Stärkung des inhaltlich-anschaulichen Verstehens und Argumentierens

- ▶ **Konzept des Hypothesentests ist anspruchsvoll.**
- ▶ **Es werden schwierige Begriffe benötigt.**
 - ▷ bedingte Wahrscheinlichkeit
 - ▷ Fehler 1. Art & 2. Art
 - ▷ Binomialverteilung, -koeffizient
 - ▷ ...
- ▶ **Angemessene Interpretation** der Ablehnungs- bzw. Entscheidungszusammenhänge **selbst für Experten problematisch**
- ▶ **Realitätsbezug macht die Problemsituation eher komplexer also durchsichtiger**
- ▶ **Algebraisch auf Schulniveau berechenbare Fälle sind sehr beschränkt**
 - ▷ nur Binomialverteilung oder Black-Box-Formeln

- ▶ **HT führen viele Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung und beschreibenden Statistik produktiv zusammen**
 - ▷ Zusammenführung und Anwendung
 - ▷ Herleitung aus Beurteilungssituationen
- ▶ **HT sind wesentlich für den wissenschaftlichen Erkenntnisgewinn**
 - ▷ Arbeitsweise von empirisch arbeitenden Wissenschaftlern exemplarisch erfahrbar:
 - ▶ Aufstellen von Hypothesen
 - ▶ Erproben im Experiment
 - ▶ Verwerfen bzw. vorläufiges Akzeptieren nach rationalen Kriterien
- ▶ **MU sollte tragfähige Grundvorstellungen aufbauen**

▶ **Aufbauen von tragfähigen und inhaltlichen Begriffsvorstellungen**

- ▷ Entschleunigung der Begriffsbildung
- ▷ Arbeiten mit vorläufigen Begriffen
- ▷ hohe Schüleraktivität

▶ **Kein rezeptartiges Arbeiten!**

▶ **Schwerpunkt:
Inhaltlich-anschauliches Arbeiten**

- ▷ nur sehr dosierte Verwendung formaler, symbolischer und algebraischer Elemente

▶ **Heuristische & explorative Möglichkeiten neuer Medien nutzen**

- ▷ wenn möglich und hilfreich für die Umsetzung der oben genannten Prinzipien

Vorstellungen und Erfahrungen zum Zufall, die die Schüler außerhalb des Unterrichts entwickelt und gesammelt haben, zum Gegenstand des Unterrichts machen!

Fachliche Beschreibung (Rückschauerspektive der „fertigen Mathematik“)	Inhaltlich-anschauliches Argumentieren aus Sicht der Schüler	Erwartete Schülertätigkeit bei der Erarbeitung eines Verfahrens
(1) Hypothese H aufstellen und Versuchsausgang A beobachten (H oft Gegenteil der Vermutung)	Du behauptest der Würfel sei in Ordnung? Ich habe aber 6 mal die 6 gewürfelt.	Zu untersuchenden Situation & konkurrierende Annahmen festlegen. Ausgang bestimmen.
(2) Man fragt: Wenn H richtig ist, wie wahrscheinlich ist dann A?	Wenn der Würfel in Ordnung wäre, wäre das zwar möglich, aber extrem unwahrscheinlich.	Berechnung oder Simulation einer erwarteten Verteilung, Beurteilung der möglichen Ausgänge nach der Wahrscheinlichkeit
(3) Man nimmt unwahrscheinliche Ausgänge A zum Anlass, die Hypothese H zu verwerfen	Also glaube ich dir nicht! Natürlich könnte ich mich irren & du hast doch Recht. Das ist aber extrem unwahrscheinlich.	Kriterien für eine Ablehnungsentscheidung bestimmen; Beurteilung der Situation aus Sicht der getroffenen Annahmen

1. Forschungsfrage formulieren und überprüfbar machen
2. Experiment planen und durchführen
3. Untersuchungsfrage aufstellen
4. Vermutete Zusammenhänge deskriptiv untersuchen
5. Empirischen Verteilung simulieren
6. Empirischen Verteilung darstellen
7. Kontrollierendes Verfahren zur Beurteilung erarbeiten

Genetische Erarbeitung:

Das Verfahren des Hypothesentestens wird aus einer Problemsituation von Schülern aktiv entwickelt.

Die dem Hypothesentesten zugrunde liegenden Argumentationsfiguren bilden den roten Faden der Schülererkundungen.

Didaktik der Stochastik – Kapitel 4: Beurteilende Statistik

4.2 Unterrichtsvorschlag: Zufallssinn

Leuders: Darf das denn wahr sein? – Eine schüleraktive Entdeckung der Grundidee des Hypothesentestens durch Simulation mit Tabellenkalkulation. In: Praxis der Mathematik in d. Schule, H. 4, Aug. 2005, 47. Jg., S. 8-16

▶ **Wie gut ist der „Zufallssinn“ des Menschen?**

- ▷ Kann ein Mensch glaubwürdig den Zufall produzieren bzw. simulieren?
- ▷ Operationalisierung der Forschungsfrage:
 - ▶ virtuelles Münzwerfen
 - ▷ Aufschreiben einer möglichst echten Reihe von Wurfsergebnissen
 - ▶ virtuelles Würfeln
 - ▷ Aufschreiben einer möglichst echten Reihe von Augenzahlen
 - ▶ virtuelles Ziehen der Lottozahlen
 - ▷ Aufschreiben einer möglichst echten Reihe von Ziehungsergebnissen
 - ▶ ...

- ▶ **Stellen Sie sich vor, Sie werfen eine Münze zwanzig Mal.
Notieren Sie eine Folge von Ergebnissen K (für Kopf)
bzw. Z (für Zahl), wie sie wahrscheinlich auftreten werden.**

- ▶ **Stellen Sie sich vor, Sie würfeln zwanzig Mal mit einem Würfel.
Notieren Sie eine Folge von Ergebnissen (1, 2, 3, 4, 5 bzw. 6),
wie sie wahrscheinlich auftreten werden.**



- ▶ Stellen Sie sich vor, die Lottomaschine ist defekt.
Sie ziehen zehn Wochen hintereinander ganz zufällig 6 aus 49.
Notieren Sie eine Folge von Lottoergebnissen, wie sie
wahrscheinlich auftreten werden.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

▶ **Zufällige Ereignisse (bzw. Situationen, Konstellationen)**

- ▶ sind selten oder außergewöhnlich
- ▶ sind unstrukturiert
- ▶ müssen gleichmäßig verteilt sein
- ▶ treten unerwartet auf, sind unvorhersehbar
- ▶ haben keine Ursache
- ▶ lassen sich nicht beeinflussen,
nicht verhindern, aber auch nicht erzwingen