

Didaktik der Algebra

Didaktik der Algebra

- 1 **Ziele und Inhalte**
- 2 Terme
- 3 Funktionen
- 4 Gleichungen

Homepage zur Veranstaltung

<http://www.juergen-roth.de>

▶ Lehre ▶ Didaktik der Algebra

Didaktik der Algebra

Kapitel 1: Ziele und Inhalte



**Leonhard Euler (1707-1783):
„Vollständige Anleitung zur Algebra“, 1770**

„Der Hauptzweck der Algebra sowie aller Theile der Mathematik besteht darin, den Werth solcher Größen zu bestimmen, die bisher unbekannt gewesen, was aus genauer Erwägung der Bedingungen geschieht. Daher wird die Algebra auch als die Wissenschaft definirt, welche zeigt, wie man aus bekannten Größen unbekannte findet.“

Euler, Leonhard: Vollständige Anleitung zur Algebra.
Neue Ausgabe, Reclam Verlag, Leipzig, o. J., S. 217


▶ **al-Kitāb al-muhtasar fī hisāb al-ğabr wa-l-muqābala**

- ▶ „Das umfassende Buch vom Rechnen durch Ergänzung & Ausgleich“
- ▶ „Algebra“ entstammt obigem Titel des Rechen-Lehrbuchs von **Al-Hwārizmī** (Mohammed ben Musa)
- ▶ persischer Mathematiker ca. 780 – ca. 850 n. Chr.

▶ **Bedeutung von al-ğabr**

- ▶ Wörtlich: „Ausüben von Zwang“
- ▶ in der Gleichungslehre: „Ergänzen“ einer Gleichung durch Addition negativer Glieder auf beiden Seiten

▶ (klassische) Algebra

- ▶ Lösen allgemeiner algebraischer Gleichungen (reelle oder komplexe Zahlen)
- ▶ zentrales Resultat: Fundamentalsatz der Algebra 

▶ (abstrakte) Algebra

- ▶ Grundlagendisziplin der modernen Mathematik
- ▶ algebraische Strukturen (Gruppen, Ringe, Körper) und deren Verknüpfung

▶ Computeralgebra

- ▶ symbolischen Manipulation algebraischer Ausdrücke
- ▶ sucht effiziente Algorithmen und bestimmt die Komplexität (\Rightarrow CAS)

▶ (elementare) Algebra

- ▶ Algebra im Sinne der Schulmathematik
- ▶ Umgang mit
 - ▶ natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen
 - ▶ Termen und Funktionen
- ▶ Wege zur Lösung einfacher algebraischer Gleichungen

- ▶ **Kulturhistorischer Aspekt**
- ▶ **Erkenntnistheoretischer Aspekt**
- ▶ **Pragmatischer Aspekt**
- ▶ **Schöpferischer Aspekt**

- ▶ **Mathematikunterricht sollte drei Grunderfahrungen ermöglichen:**
 - ▷ *Erscheinungen der Welt um uns*, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, *in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen*,
 - ▷ *mathematische Gegenstände und Sachverhalte*, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, *als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen*,
 - ▷ in der Auseinandersetzung mit Aufgaben *Problemlösefähigkeiten*, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) *zu erwerben*.

Elementare Algebra

- ▷ kann für alle Menschen von praktischem Nutzen sein.
- ▷ ist Grundlage jeglicher Auseinandersetzung mit Mathematik.

Allgemeine mathematische Kompetenzen entwickeln

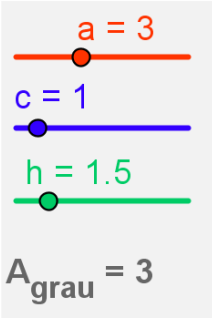
- ▷ Darstellen
- ▷ Modellieren
- ▷ Problemlösen
- ▷ Kommunizieren
- ▷ Argumentieren
- ▷ Explorieren (Einsichten gewinnen)



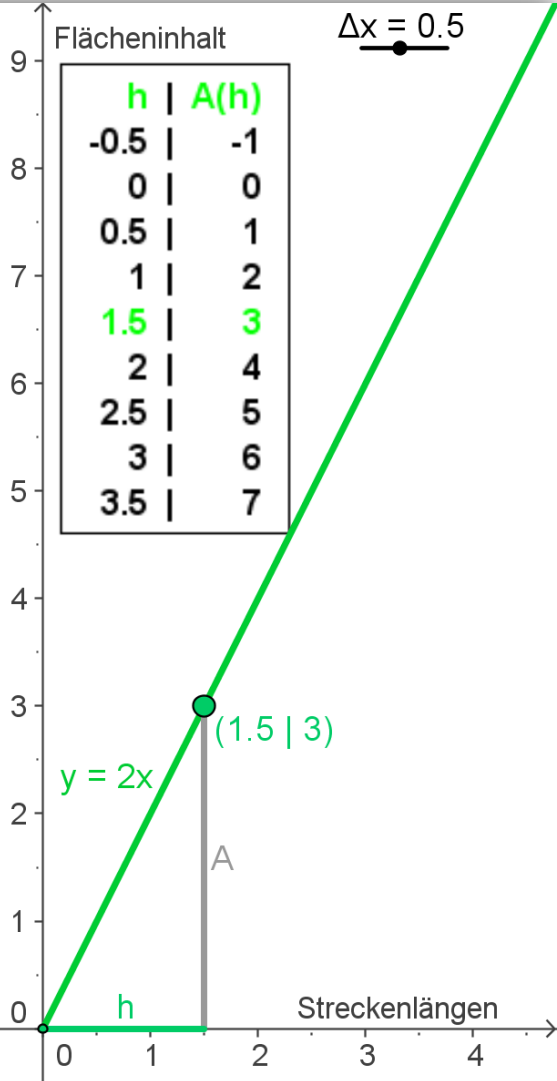
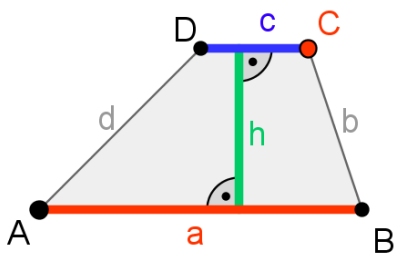
Roth: Systematische Variation – Eine Lernumgebung vernetzt Geometrie und Algebra. In: Mathematik lehren, Heft 146, Februar 2008, S. 17-21 – http://www.juergen-roth.de/dynama/vierecke/trapezflaeche_funktional.html

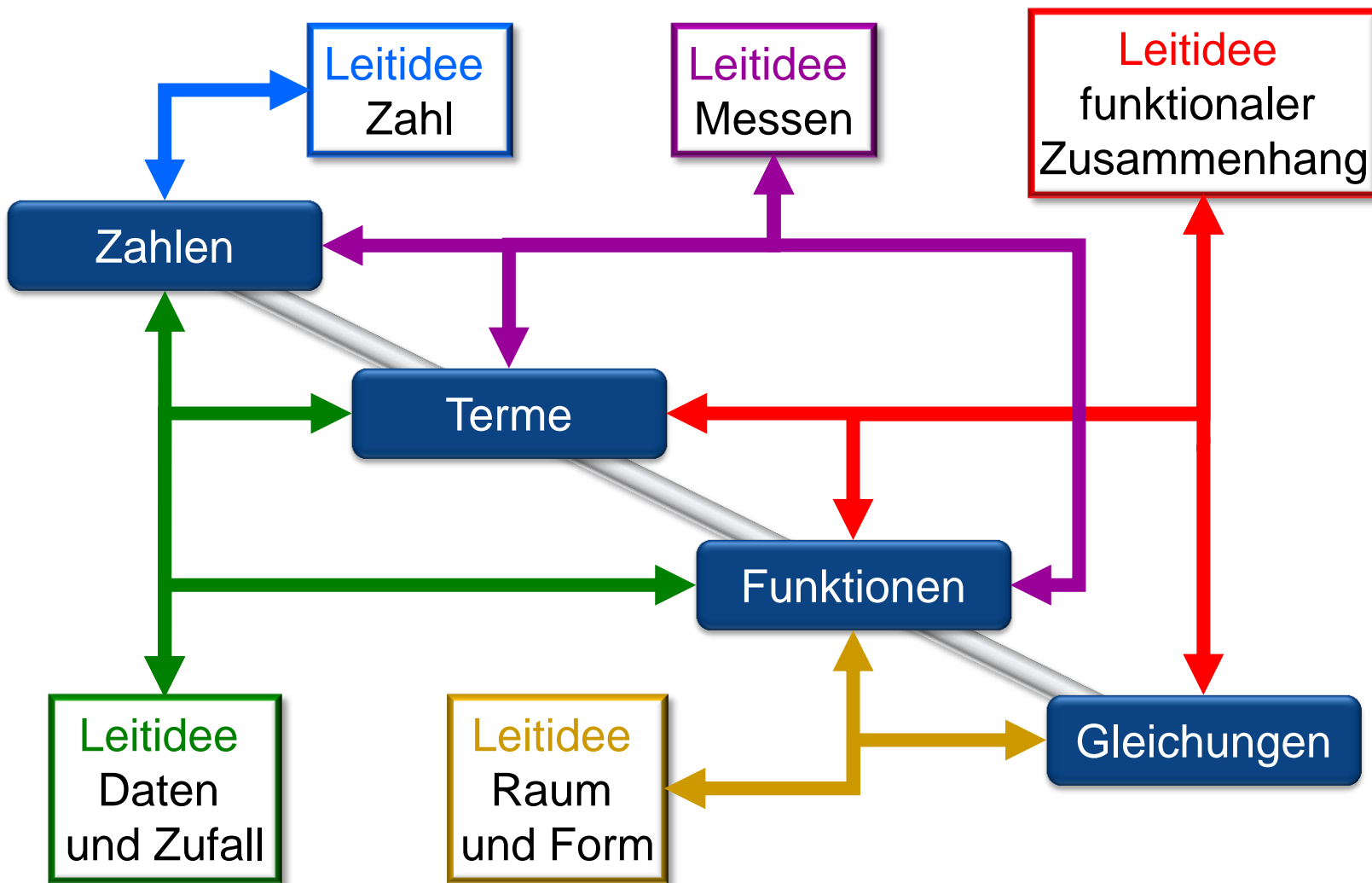
- Koordinatendarstellung
- (h|A) (a|A) (c|A)
- A(h) A(a) A(c)
- Tabellendarstellung
- h|A(h) a|A(a) c|A(c)

- Flächeninhaltsformeln
- Trapez 1 2
- Dreieck
- Parallelogramm
- Rechteck
- Quadrat



$$A_{\text{Trapez}} = \frac{a+c}{2} \cdot h$$







Klasse	5	6	7	8	9	10
Zahlen (Z)	N Grundrechenarten	Z ; Q Neg. Zahlen Bruchrechnung; Dezimalbrüche	Q Grundrechenarten	Q Potenzen mit natürlichen Exponenten	IR Quadrieren Radizieren Irrationalität	IR Potenzrechnung
Terme (T)	Einfache Terme, Tabellen, Einsetzung	Einfache Terme mit Brüchen, Einsetzung aus Z und Q	Einfache Terme mit rationalen Zahlen	Termumformungen; „ganze“ Terme, Bruchterme	Terme mit Quadraten und Wurzeln	Terme mit Potenzen und trigonometrischen Funktionen
Funktionen (Fkt.)	Tabellen mit Variablen; Operatoren	Tabellen mit Variablen; Bruchoperatoren	Proportionale, antiproportionale, empirische Funktionen	Lineare Fkt; Funktionsgleichungen; Eigenschaften	Quadratische Fkt.; Wurzelfkt.; Umkehrfkt.	Potenz-, Exponential-; Logarithmusfkt.; trigon. Fkt.
Gleichungen (G)	Lösen einfacher G: Probieren, Überlegen, Gegenoperatoren	Lösen einfacher G durch Gegenoperatoren	Lösen einfacher G durch Gegenoperatoren	G lösen durch Äquivalenzumformung, Gleichungssysteme, Formeln	Quadratische G, Wurzelgleichungen, graphische L. und Näherung	Potenzgl.; Exponentialgleichungen Trigonometrische G

Aufbau des Zahlensystems

- ▷ Grundlegende Vorstellungen und Einsichten erarbeiten
- ▷ Rechenregeln erkennen und sinnvoll anwenden
- ▷ Grundrechenarten beherrschen

Variablen und Terme

- ▷ als Ausdrucksmittel kennen lernen
- ▷ richtig verwenden sowie damit Zusammenhänge beschreiben und verstehen können
- ▷ damit kommunizieren und argumentieren können

Funktionsbegriff

- ▷ erfassen
- ▷ wichtige Funktionstypen und ihre Eigenschaften kennen lernen
- ▷ Funktionen zum
 - ▶ Erkennen,
 - ▶ Beschreiben
 - ▶ Herstellenvon Zusammenhängen nutzen können

Gleichungen

- ▷ Zusammenhänge zwischen Größen beschreiben können
- ▷ Probleme formulieren und lösen können